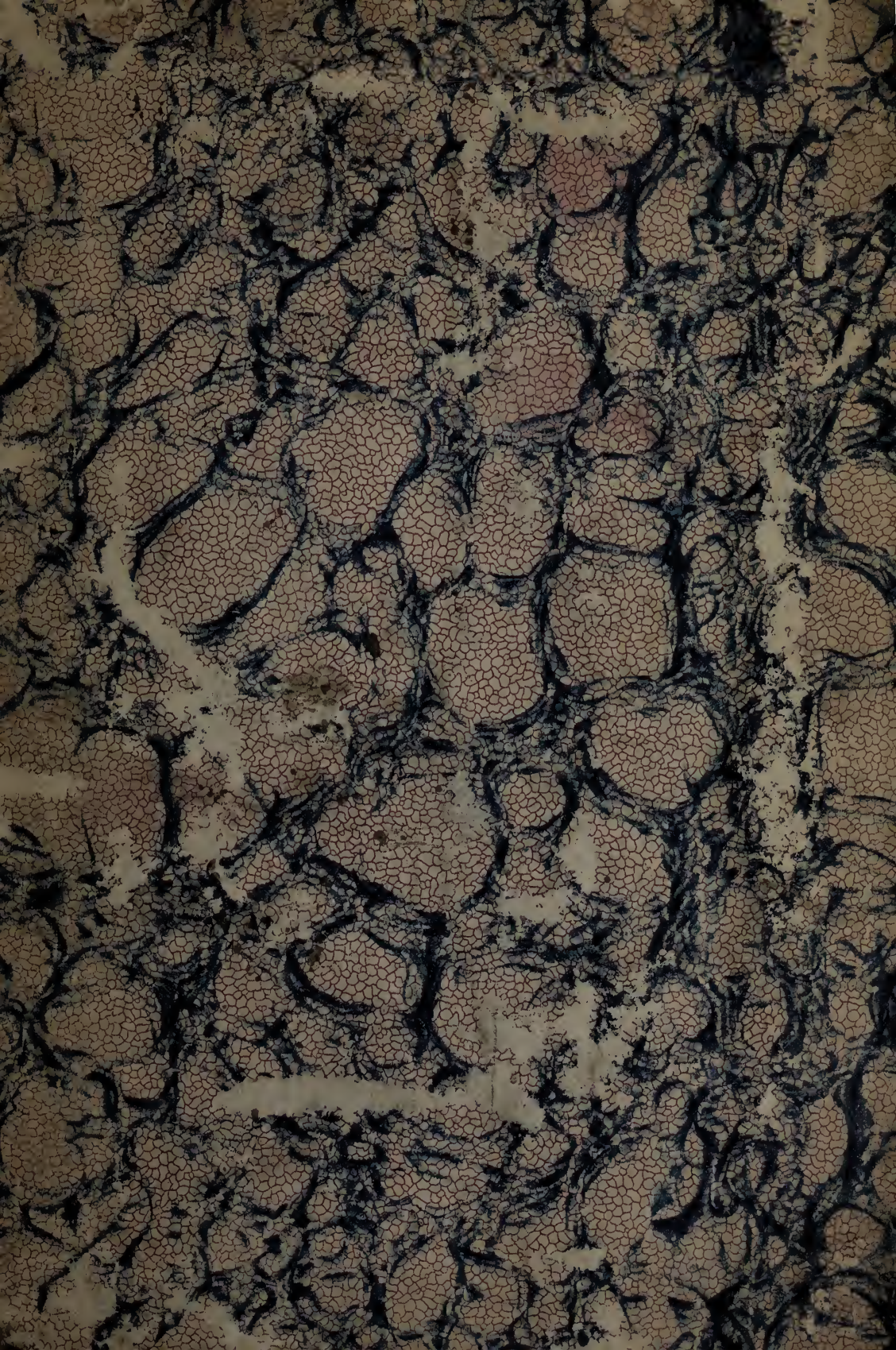


55
oi

par Gaspard Le Compasseur
de Crequy-Montfort Mis de
Courtivron.

voir dos de la reliure
de COURTI

TRAITÉ D'OPTIQUE,

Où l'on donne la Théorie de la Lumiere dans le ſyſtème Newtonien, avec de nouvelles ſolutions des principaux Problêmes de Dioptrique & de Catoptrique.

Largus item liquidi fons luminis ætherius ſol
Irrigat aſſidue Cœlum candore recenti.
Suppeditat que novo confeſtim Lumine lumen.
Lucrece. *Liv.* V. ℣ 282.

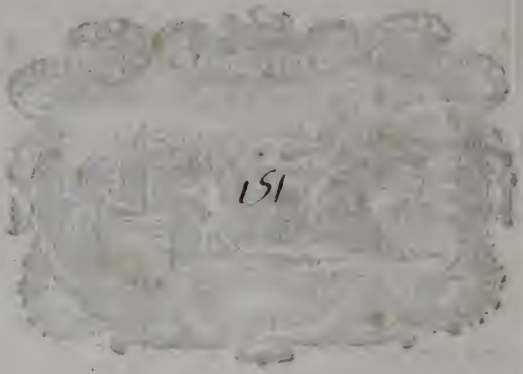
A PARIS;

Chez { DURAND, Rue S. Jacques, à S. Landry & au Griffon.
PISSOT, Quai des Auguſtins, à la Sageſſe.

M. DDC. LII.

Avec Approbation & Privilege du Roi.

1c 1752


151

PREFACE.

REndre compte de l'Ouvrage que je donne, expoſer les différentes raiſons qui m'ont engagé à l'entreprendre, & préſenter un plan de l'ordre & de la Méthode que j'ai préféré, ſont les différents objets que je me propoſe dans ce court Avertiſſement.

Entre les divers Traités d'Optique qui ont paru juſqu'à préſent, celui de Mr. Smith eſt ſans doute le ſeul qui puiſſe prétendre au mérite de paſſer pour complet; mais outre qu'il eſt écrit dans une Langue étrangere, il a peut-être le déſagrément pour les Géométres d'être long en démonſtrations, & de paroître outré par les détails; aujourd'hui les Lecteurs de ce genre d'ouvrage ſont ſi fort inſtruits dans les Sciences préliminaires à l'Optique, qu'il eſt ſuffiſant de leur ouvrir la voye pour qu'ils ſoient en état d'y marcher par eux-mêmes; j'ai donc cru devoir ſimple-

ment expoſer à cette ſorte de Lecteurs les principales propoſitions ſur leſquelles roulent cette Science, en prenant la route analitique pour la ſolution des queſtions qu'il a été à propos de réſoudre, c'eſt auſſi ce que j'ai fait dans l'une des parties de ce Livre, où l'on trouve en peu d'eſpace tout ce que demande les deux branches fondamentales de l'Optique, je veux dire la Dioptrique & la Catoptrique, que je crois y avoir traitées d'une maniere preſque entierement nouvelle. J'expoſe d'abord dans la premiere Partie la Théorie de la Lumiere que Mr. Newton a donné ſuivant ſon uſage ſi fort en abrégé, qu'il a paru vouloir laiſſer encore quelque mérite à ceux qui pourroient & l'éclaicir & l'étendre; je penſe être le ſeul Auteur qui l'ait traitée dans des limites ſuffiſamment étendues : Mr. Clairaut par un Mémoire imprimé en 1739 dans le Volume de l'Académie, a le premier commenté les recherches de Mr. Newton ſur la trajectoire du rayon de Lumiere, en y ſubſtituant la méthode analitique avec l'élégance & la clarté qui lui eſt propre; j'entre dans un détail particulier ſur les hy-

potheſes ſingulieres des forces qui peuvent convenir en ce cas, & l'examen que j'ai fait des diverſités de réfrangibilités, m'a paru mériter d'être donné. A la fin de la ſeconde Partie on trouvera une expoſition complette de la Théorie de l'Arc-en-Ciel, où j'ai démontré tout ce que le Chevalier Newton avoit ſuppoſé dans ſon Optique.

Pour ce qui eſt de la troiſiéme Partie, ſans entrer dans le détail ſur ce qui eſt Méthaphiſique, j'ai voulu y renfermer tout l'eſſentiel à la maniere d'appercevoir & de diſtinguer les objets, & j'avois déja traité de la ſtructure de l'œil ; quant en examinant avec attention ce que Mr. Smith en a écrit, j'ai crû ne pouvoir mieux faire que de le traduire ; ainſi l'on trouvera dans cette Partie deux Chapitres du premier Livre de l'Optique de cet Auteur & un du Second ; j'ai fait de même uſage pour la premiere Partie de mon Ouvrage, de ce qu'il a écrit ſur la réfléxion de la Lumiere ; il m'a ſemblé que ce qu'il en diſoit n'étoit guere qu'un extrait de ce que Mr. Newton avoit donné lui-même, & cela s'eſt trouvé renfermé dans l'étendue con-

venable au but que je m'étois proposé : l'usage que j'ai fait du Livre de Mr. Smith, ne m'a pas empêché d'examiner de mon côté & de comparer les matieres qu'il a traitées ; telle est par exemple la mesure qu'il a donné du rapport de la Lumiere Lunaire à la Solaire. On trouvera dans un paragraphe assez étendu, l'exposition de la méthode de Mr. Bouguer pour la mesure des mêmes Lumieres, & l'on y verra les raisons qui doivent faire préférer le calcul de cet Académicien, dont la méthode absolument directe a des avantages qu'on trouvera expliqués à l'endroit que l'on vient de citer. Cette troisiéme Partie est terminée par la solution d'un Problême sur la quantité de Lumiere réfléchie par un miroir circulaire & plan à une distance quelconque, il ne paroîtra point déplacé dans un Livre d'Optique ; feu Mr. Kramer me proposa ce Problême à l'occasion de l'ingénieux miroir que Mr. de Buffon avoit fait construire, & j'en ai donné la solution dans le Volume de l'Académie de 1747. Je ne m'étendrai pas plus sur l'Ouvrage dont je rends comp-

te ; je désire que ceux à l'usage desquels il peut être, y trouvent des choses utiles & sous la forme qui leur convient.

ERRATA

A La planche de la page 6 il manque les lettres X & Y, qui doivent désigner les différens milieux.

A la planche de la page 7 il manque la lettre X, qui doit désigner le milieu le plus rare.

Au titre du Chapitre second page 14, tirée ; *lisez*, tirées.

Ligne avant derniere de la page 16 ; *lisez* $\frac{dx}{\sqrt{dx^2+dy^2}}$; au lieu de $\frac{dx}{\sqrt{dn^2+dy^2}}$.

Le numero de la page 56 a été oublié

Page 90 ligne premiere, Gapitre ; *lisez*, Chapitre.

Le numero de la page 119 manque.

Page 174 ligne 24, dont nous venons de porter ; *lisez*, dont nous venons de parler.

TRAITE'

TRAITÉ D'OPTIQUE,

Où l'on donne la Théorie de la Lumiere dans le ſiſteme Newtonien, avec de nouvelles ſolutions des principaux Problêmes de Dioptrique & de Catoptrique.

PREMIERE PARTIE.

THÉORIE DE LA LUMIERE.

CHAPITRE PREMIER.

Cauſes de la refléxion de la Lumiere ſuivant Mr. Newton.

I.

LA Refléxion d'une balle jettée contre une muraille & le détour que prend dans l'eau celle que l'on y jette obliquement, portent d'abord à penſer que la réfraction & la refléxion de la Lumiere, ſont des Phénomenes de

même nature. Quoi de plus ſatisfaiſant en effet que d'employer en Phyſique le plus petit nombre de principes ; mais cette ſimplicité ſi attrayante d'abord nous jette bien-tôt dans des difficultés ſans nombre, lorſque nous comparons dans tous les détails les circonſtances qui accompagnent la refléxion & la réfraction de la Lumiere avec celle des corps ſolides, & l'on ſe trouve forcé d'avoir recours à d'autres forces dans la nature que celle de l'impulſion & du reſſort: Il eſt vrai qu'une infinité de Phénomenes indiquent l'exiſtence de ces forces; on ne ſent pas la répugnance qu'on auroit eu à emprunter leurs ſecours ſi elles n'étoient propres qu'à lever les difficultés qui ſe préſentent dans la Théorie de la Lumiere. L'attraction, ce grand principe de la nature, démontré par tous les mouvemens céleſtes & les principaux Phénomenes du ſiſtème du Monde, tels que le flux & reflux de la Mer, &c. ſe trouve être encore le principal agent dans une infinité d'autres Phénomenes qui ſont plus à notre portée, comme la rondeur des gouttes d'eau, l'aſſenſion & la deſſenſion des liqueurs dans les tuyaux cappillaires, les diſſolutions chymiques, &c. Il étoit donc bien ſimple qu'après les vains efforts qu'on avoit fait pour ſurmonter dans le ſiſtème des Carthéſiens, les difficultés que l'on éprouvoit en ſe contentant d'employer la ſeule décompoſition du mouvement pour expliquer les Phénomenes de la Lumiere, on examinât ſi ces Phénomenes n'étoient pas encore dûs à la même force d'attraction.

I I.

Newton a donc ſuppoſé qu'un globule de la Lumiere venant du Soleil avec une rapidité immenſe, pouvoit très-bien, lorſqu'il étoit à une diſtance preſque infiniment petite d'un morceau de verre, d'une maſſe d'eau, enfin de quelqu'autre corps que ce ſoit, éprouver une force aſſez grande pour être détourné de ſon chemin; il a cherché l'eſpece de trajectoire qu'il devoit décrire par cette déviation que cauſe l'attraction du corps réfringeant, & il l'a trouvé telle qu'il devoit réſulter en effet que le ſinus d'incidence étoit au ſinus de réfraction en raiſon conſtante, quelque ſoit la nature de cette force, quelque ſoit la nature du milieu, & ſoit que le rayon paſſe d'un milieu plus rare dans un plus denſe, ou d'un plus denſe dans un plus rare. Quoi donc de plus juſte & de plus naturel que d'avoir recours à une force ſi bien indiquée pour tant d'autres Phénomenes, lorſqu'elle donne du premier coup le dénouement d'une difficulté qu'il n'eſt preſque pas poſſible d'expliquer dans les autres ſiſtèmes.

I I I.

Ce n'eſt pas tout encore, outre que cette conſtance du rapport des ſinus d'incidence & de réfraction n'a pas été expliquée juſqu'à cette heure parfaitement dans le ſiſtème Carthéſien, en employant les vrais principes de la Dynamique, les reſſources de ce ſiſtème paroiſſent aux yeux de tous les Mathématiciens, s'éva-

nouir entierement lorſqu'il eſt queſtion d'expliquer la réfraction d'un rayon de Lumiere qui paſſe d'un milieu plus denſe dans un moins dense. Quoique cette difficulté ſoit déja bien connue, je la rappellerai ici afin qu'on voye mieux l'avantage de l'explication Newtonienne qui en eſt exempte, & que j'expliquerai enſuite tout au long.

I V.

Pour expliquer, par exemple, comment une balle de mouſquet tirée obliquement dans l'eau au lieu de ſuivre ſon chemin en ligne droite, s'écarte de la perpendiculaire; on commence par remarquer que la partie perpendiculaire du mouvement qui reſtera à la balle après avoir paſſé dans l'eau, ſera plus petite qu'elle n'étoit auparavant : or la partie du mouvement qui eſt parallele à la ſurface de l'eau n'étant point altérée, on voit que la nouvelle diagonale de ces deux forces doit s'écarter de la perpendiculaire. Lorſque l'on veut donc paſſer de cette conſidération du mouvement des corps ſolides lancés dans les fluides, à la Théorie de la Lumiere, on peut à la rigueur expliquer comment un rayon qui paſſe de l'eau dans l'air, doit s'écarter de la perpendiculaire, encore faudra-t-il croire pour cela que le mouvement de la Lumiere, ſoit plus libre & plus facile dans l'eau que dans l'air, ce qui eſt aſſez dur à recevoir.

V.

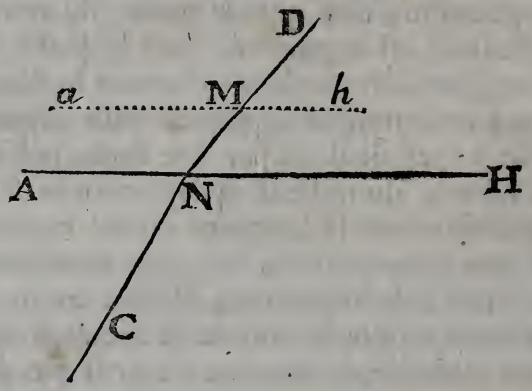
Mais s'il faut expliquer le cas où le rayon s'approche de la perpendiculaire, comme en paſſant de l'air

dans le verre, dans l'eau, &c. & en général d'un milieu plus rare dans un plus denſe, il faudra pour ſuivre cette explication, dire que la partie du mouvement perpendiculaire eſt augmentée dans le paſſage de l'air dans l'eau, pendant que le mouvement horiſontal reſte le même; or comment expliquer cette augmentation de viteſſe perpendiculaire par une force paſſive comme la réſiſtance du milieu; qu'on accorde ſi l'on veut aux Carthéſiens que la Lumiere trouve moins de réſiſtance dans l'eau que dans l'air, ſon mouvement n'en ſera pas pour cela augmenté, il ſera moins diminué qu'il ne ſeroit en continuant de ſe mouvoir dans l'air; mais une moindre diminution ne peut pas être priſe pour une augmentation, donc on ne voit point alors que le rayon doive s'approcher de la perpendiculaire.

VI.

Examinons maintenant ces deux cas dans le ſiſtème de l'attraction, en développant l'idée de Newton dont nous venons de parler, ſoit AH la ſurface qui ſépare les deux milieux X & Y dont le premier eſt moins denſe que le ſecond, tant que le globule de Lumiere venant du côté D ſera aſſez éloigné de la ſurface AH pour que l'attraction du milieu Y ne ſe faſſe pas ſentir, l'attraction du milieu X égale en tout ſens, n'agira point ſur le globule de Lumiere; mais lorſqu'une fois il ſera arrivé en un point M où l'on ſuppoſe que l'attraction de *y* eſt déja ſenſible, on n'aura alors qu'à mener le plan AH & à même diſtance en deſſus de M, que AH l'eſt en deſſous, en ce cas la force de

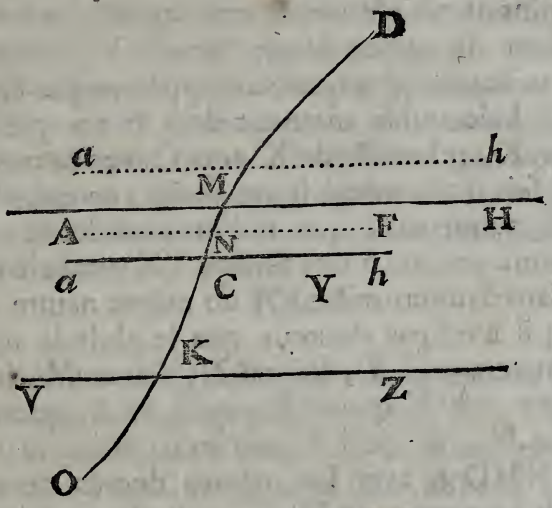
M vers AH ſera l'attraction du milieu Y à la diſtance MP, moins l'attraction du milieu X à la même diſtan-



ce, c'eſt-à-dire qu'elle ſera la même que celle d'un milieu YX, en ſuppoſant que la loi d'attraction ſoit la même dans un milieu que dans l'autre, & qu'elles ne different que par les intenſités; cela poſé on voit bien que le globule M en vertu de ſa viteſſe de projection & de la force du milieu XY qui le pouſſe vers AH, & qui augmente à meſure que ce globule s'approche de la ſurface AH, doit décrire une courbe concave vers AH, & qu'il rencontrera cette ſurface plutôt qu'il n'auroit fait ſans l'attraction du milieu X.

Lorſqu'il aura pénétré enſuite dans le milieu & qu'il ſera par exemple en N, on verra que la force qui tend à courber ſon mouvement diminuera, puiſque s'il eſt attiré vers Y par la quantité de matiere qui eſt au-deſſous de N, il l'eſt vers AH par la lame de matiere renfermée entre AH & la parallelele à ce plan menée par N, ſans compter la matiere du premier milieu

X ; donc l'attraction doit être ſenſible à une petite diſtance MN. Pour avoir donc la force totale de N



vers Y, il faudra mener le plan *a h* parallele à AH ; & alors la force agiſſante ſur ce globule, ne ſera plus que comme la force d'un milieu XY à la diſtance de N à la ſurface AH ; & plus le globule s'enfoncera dans le milieu Y, plus cette force diminuera, & par conſéquent plus la courbure de la trajectoire décrite par le rayon diminuera, en ſorte que quand le globule ſera arrivé à une diſtance de AH, telle que l'attraction n'eſt plus ſenſible, il continuera à ſe mouvoir en ligne droite dans ce milieu avec une viteſſe conſtante, mais plus grande que celle qu'il avoit dans le premier milieu, à cauſe des accélérations produites par la force attractive.

VII.

Examinons maintenant le cas oppoſé, celui où le rayon vient du milieu le plus denſe Y, pour paſſer dans le milieu le plus rare X. Suppoſons par exemple que le globule qui ſe mouvoit dans le cas précédent de C vers K, rebrouſſe de K vers C avec la même viteſſe; & ſuivant la même ligne droite, ce qui eſt abſolument le même cas, que ſi l'on conſidéroit ce globule comme arrivant à une ſurface VZ parallele à AH, & repaſſant dans un milieu X de même nature que le premier; il n'eſt pas douteux que le globule rebrouſſant éprouvera vers Y, ſoit en N, ſoit en M, les mêmes forces vers Y que celles qu'il avoit éprouvé en venant de N, & qu'il décrira exactement le même chemin NMD & avec les mêmes degrés de viteſſe qu'il avoit en venant de D: on voit donc clairement que la réfraction doit ſe faire en approchant de la perpendiculaire, tant que le rayon paſſe du milieu rare ou moins attirant dans le milieu plus denſe ou plus attirant, & au contraire qu'elle doit ſe faire en s'écartant de la perpendiculaire, lorſque le rayon paſſe du milieu le plus denſe dans celui qui l'eſt le moins; avantage conſidérable de l'explication Newtonienne ſur la Carthéſienne.

VIII.

Mais ce n'eſt pas la ſeule qu'on refléchiſſe un peu à la cauſe fondamentale de la réfraction dans le ſiſtème de Deſcartes, c'eſt-à-dire, à la réſiſtance du milieu réfringeant

réfringeant, on trouve que la viteſſe doit toûjours diminuer; or un rayon après avoir ſouffert une 1re. réfraction n'ayant plus la même viteſſe qu'auparavant, doit, s'il rencontre une nouvelle occaſion de ſe réfracter, avoir un mouvement très-différent de ce qu'il avoit à ſa premiere réfraction, & ne ſuivre par conſéquent pas les mêmes loix, c'eſt cependant ce qui n'arrive point à la lumiere, qui après autant de réfraction que vous pourrés en imaginer, ſe rompra toûjours de la même mamaniere ſi vous lui préſentez la ſurface réfringeante ſous le même angle.

IX.

Une autre conſidération qui donne encore bien de de l'avantage à l'explication Newtonienne, c'eſt la facilité d'accorder la Théorie de la réfraction avec la tranſparence, car on regarde les milieux traverſés par la lumiere, comme remplis de pores infiniment larges par rapport aux globules de Lumiere, & par ce moyen les globules ne ſouffrent aucune réſiſtance, & n'éprouve d'autre force que celle de l'attraction jointe de toutes les particules du milieu; il n'eſt point néceſſaire non plus de ſuppoſer aucune figure particuliere aux particules du milieu, ni à celles de la lumiere, pourvû que l'amas des particules du milieu qu'on ſuppoſe néceſſaire pour produire l'attraction de ce milieu ſur les corpuſcules de Lumiere faſſe un corps aſſez régulier pour produire la même attraction à la même diſtance, ainſi qu'on pourroit regarder deux portions égales de la terre, & ſenſiblement homogenes en total, quoique fort variées dans leur parties, comme

exerçant la même attraction ſur une pierre poſée de la même maniere par rapport à ces deux maſſes.

X.

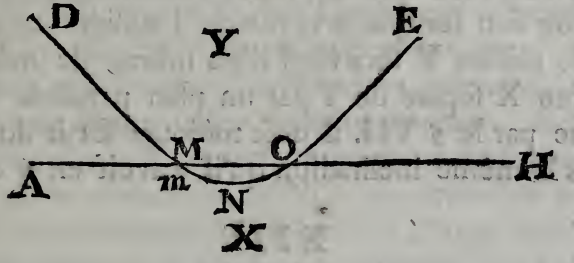
Quant à la figure & à la maſſe des corpuſcules de Lumiere en voit que quelles qu'elles ſoient, les loix de la réfraction doivent être les mêmes, ainſi que la figure d'une pierre qui tombe ne fait rien à la courbe qu'elle décrit vers la terre, ou au moins à celle que décrit ſon centre de gravité : on voit au contraire que dans le ſiſtème Carthéſien la figure ſera abſolument eſſentielle, & que les loix ſeroient différentes pour chaque ſituation, ſuivant leſquelles les corps arriveroient à la ſurface réfringeante ſans compter que les loix de la refléxion demanderoient néceſſairement que ces corpuſcules fuſſent ſphériques & toûjours deſtitués du mouvement de rotation, puiſqu'il n'y a que de tels corps qui puiſſent ſe refléchir avec un angle égal à celui de l'incidence ; or c'eſt néceſſairement un avantage pour un ſiſtème, que de n'avoir à faire en l'admettant que le moins de ſuppoſitions qu'il eſt poſſible ſur la nature de ces particules qu'on ne ſçauroit obſerver.

XI.

Voyons maintenant comment on tire de l'explication précédente de la réfraction, un des Phénomenes des plus ſinguliers qu'offre cette recherche, le changement de réfraction en refléxion dans certaines inclinaiſons, lorſque le rayon de Lumiere paſſe d'un mi-

lieu plus denſe dans un milieu plus rare.

Soit DM un rayon qui vient de traverſer le milieu le plus denſe Y & qui entre ſous l'inclinaiſon MN



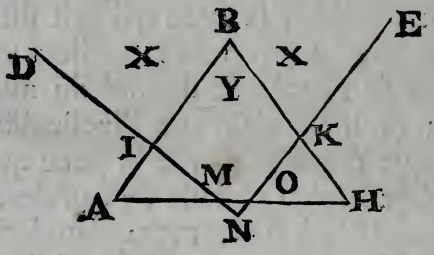
dans le milieu moins denſe X, il eſt clair qu'en M & plus loin, juſqu'à la diſtance où la force de l'attraction ceſſe d'être ſenſible, la force qui agit ſur les corpuſcules de Lumiere du rayon le rappellera vers la ſurface AH à cauſe de l'excès de denſité du milieu Y ſur le milieu X; or il eſt clair que l'inclinaiſon en M peut être telle que combinée avec la force qui pouſſe vers AH, le projectile ou globule de Lumiere arrive à une direction parallele à AH, avant d'atteindre la diſtance de ce plan à laquelle l'attraction qui l'y rappelle n'eſt plus ſenſible. Suppoſons donc que cette inclinaiſon en M ſoit en effet telle, & que le globule ſoit arrivé en N dans une direction parallele à AH, il eſt clair qu'il décrira une ſeconde branche NO égale & ſemblable à la premiere MN qu'il a décrit en allant de M en N, & qu'il rentrera enſuite dans le premier milieu ſous une inclinaiſon OE égale à celle par laquelle il étoit arrivé de D en M, ce qui fait exactement une reflé-xion.

XII.

On voit bien que de telles refléxions ne peuvent pas avoir lieu lorſque le rayon de Lumiere en arrivant dans le milieu Y ſera ſorti d'un milieu de même nature que X ſéparé de Y par un plan parallele à AH, puiſque par le § VII. il doit toûjours ſortir du milieu Y ſous la même inclinaiſon qu'il y avoit en y entrant.

XIII.

Mais ſi le milieu réfringeant eſt par exemple un



priſme de verre placé dans l'air, on voit que le rayon DI après avoir paſſé de l'air dans le verre, peut avoir une telle inclinaiſon qu'il prenne ſa route par la ligne IMNOK, dont les parties droites IM, OK, ſont également inclinées à l'égard de la ſurface AH.

XIV.

Le cas le plus ſimple de tous ceux de cette eſpece,

eſt celui où le priſme ABH ſuppoſé iſocelle à chacun de ſes angles égaux A & H, tel qu'il convient, pour que le rayon DI coupant perpendiculairement la ſurface AB, & ne ſouffrant par conſéquent point de réfraction, faſſe avec la ſurface l'angle qui convient pour changer la réfraction en reflexion; car alors l'action du priſme qui devroit naturellement procurer deux réfractions au rayon, n'en procure aucune, mais une ſeule refléxion, le rayon ne pouvant manquer après avoir ſuivi le chemin DIMNO, de recouper la ſurface BH encore perpendiculairement, & par conſéquent ſans réfraction. Lorſque l'on a reconnu par l'obſervation que les ſinus d'incidence & de réfraction étoient toûjours en raiſon conſtante, on devoit voir que de cette loi ſeule il ſuivoit qu'un rayon qui vient du milieu le plus denſe pour paſſer dans le plus rare, pouvoit avoir telle inclinaiſon qu'il ne devoit plus éprouver de réfraction; car ſoit par exemple 3 à 2 le rapport du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction en paſſant de l'air dans le verre, & par conſéquent le rapport de 2 à 3, celui de ces ſinus en paſſant du verre dans l'air, il eſt clair que ſi l'angle d'incidence eſt tel que ſon ſinus ſoit plus grand que $\frac{2}{3}$, le ſinus de réfraction ſe trouveroit par cette loi plus grand que l'unité ou le rayon, ce qui eſt impoſſible; donc concluroit-on avec raiſon, il ne peut pas ſe faire alors de réfraction; mais c'eſt tout ce que la Géométrie pouvoit ſeule apprendre en ce cas ſans une explication Phyſique, telle que la précédente; on n'auroit pas pû conclure que la réfraction devoit ſe changer en refléxion.

CHAPITRE SECOND.

Où l'on donne la Trajectoire décrite par le rayon de Lumiere & les loix de la réfraction tirées de cette trajectoire.

PROBLEME GE'NE'RAL.

TRouver la courbe DMC *que décrit un corps* D *pouſſé ſuivant une direction quelconque* D *d*, DH *& attiré continuellement vers la ſurface* AH, *par des forces dont les directions ſont perpendiculaires à cette ſurface, & dont les quantités ſont exprimées par des fonctions de la diſtance à cette même ſurface.*

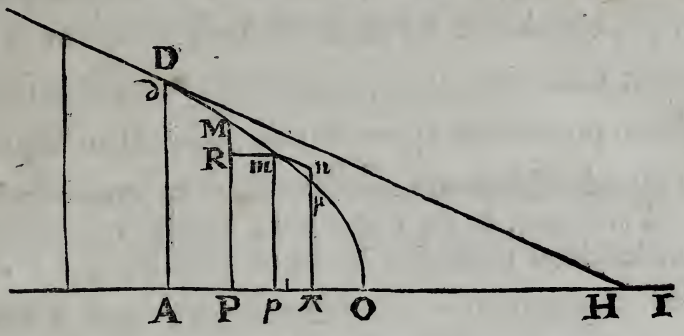
Soit abaiſſée d'un point quelconque M de cette courbe, la perpendiculaire MP à la ſurface donnée, ſoit enſuite menée du point P où cette perpendiculaire aboutit au point A, que je ſuppoſe être celui qui répond au point D d'où le corps propoſé eſt porté.

Enfin ſoit fait AP=x.

PM=y, la viteſſe du corps donnée aupoint D=n, le ſinus de l'angle dDA = K, la diſtance de D à AH = a, la force de M vers P=Y, l'élément de tems employé à parcourir un petit côté M m= dt le petit élément P de l'abciſe x, = dx MR, élément de PM= dy, à cauſe que dans cette figure x augmentant, y diminue.

Prenant alors $m n$= Mn, & ſur ſon prolongement

il eſt clair que *n* ſeroit le lieu où le projectile arriveroit à la fin d'un deuxiéme inſtant *dt'* égal au premier



employé à parcourir M *m* ſans la force d'attraction, & que ſi l'on prend la petite droite *n μ* parallele à AD pour exprimer cette force en *n m μ*, ſera le côté de la courbe cherché ſubſéquent au côté M *m*; maintenant par le principe général des forces accélératrices, on aura pour l'expreſſion de la petite fleche *n μ*.

Le produit de la force par le quarré du tems; or, comme *n μ* eſt ſenſiblement la différentielle de R *m* $-ddy$, on aura pour l'équation différentio, différentielle de la courbe cherchée $-ddy = Y\,dt^2$ qu'il ne s'agit plus que d'intégrer & de délivrer de *dt*.

Pour y parvenir on commencera par remarquer que le *dt* & le *dx* ou P*p*=*p π* doivent être proportionnels, puiſqu'ils ſont conſtans en même-tems; cherchons donc à exprimer leur relation afin de chaſſer premierement le *dt* de l'équation précédente; rien ne ſera plus facile en remarquant, 1°. que le petit côté D *d* de la courbe cherchée décrit dans le premier inſtant où le corps étoit en D, doit être exprimée par $\frac{dx}{K}$ puiſ-

que c'eſt le ſinus de l'angle dDA. 2°. que l'inſtant dt employé à parcourir ce petit côté doit être exprimé par $\frac{dx}{Kn}$, c'eſt-à-dire les places D$d = \frac{dx}{K}$ diviſé par la viteſſe n. Cela poſé nous changerons premierement l'équation précédente en $-ddy = \frac{Y dx^2}{n^2 K^2}$, dans laquelle dy eſt néceſſairement conſtant. Par la conſidération de M$m = mn$ & de P$p = p\pi$, multipliant maintenant les deux membres de cette équation par $2\,dy$, elle ſe changera en $-2\,dy\,ddy = \frac{2Y dy dx^2}{n^2 K^2}$ qui à cauſe de la conſtance du facteur $\frac{dx^2}{n^2 K^2}$ eſt aiſée à intégrer en ſuppoſant les quadratures; ſoit nommée Y la quantité $\int 2Y\,dy$, c'eſt-à-dire l'aire de la courbe dont l'abciſe étant y, l'ordonnée eſt Y, on aura en conſéquence de cette dénomination pour l'intégrale de l'équation précédente $f\,dx^2 - dy^2 = \frac{Y dx^2}{n^2 K^2}$, ou bien $dx = \frac{dy}{\sqrt{f - \frac{Y}{n^2 K^2}}}$ dans laquelle la conſtante f eſt à déterminer par la condition que au point D ou $y = a$, le ſinus de l'angle dDA ſoit $= K$, ce qui demande de commencer par exprimer le ſinus d'un angle quelconque mMP, afin de l'égaler à k après avoir fait dans ſa valeur $y = a$.

Le ſinus de l'angle mMP étant en général $\frac{dx}{\sqrt{dx^2 + dy^2}}$, ſa valeur particuliere dans la courbe en queſtion, ſera par

par l'équation précédente $\frac{1}{\sqrt{f+1-\frac{Y}{n^2K^2}}}$, laquelle deviendra $\frac{1}{\sqrt{f+1-\frac{A}{n^2K^2}}}$, lorsque $y=a$, si l'on suppose que A, soit ce que devient Y dans la même supposition de $y=a$; égalant donc $\frac{1}{\sqrt{f+1-\frac{A}{n^2K^2}}}$ à K, on en tirera $\frac{1}{K^2}+\frac{A}{n^2K^2}-1=f$, & partant l'équation de la courbe cherchée sera $dx=\frac{dy}{\sqrt{\frac{1}{K^2}-1+\frac{A}{n^2K^2}-\frac{Y}{n^2K^2}}}$ par laquelle rien n'est plus facile que de construire la courbe aussi-tôt que l'on aura l'expression de la force ou quantité Υ en y, & par conséquent la quantité Y ou $\int 2\Upsilon dy$.

II.

Imaginons par exemple que la force Υ avec laquelle le corpuscule de Lumiere est poussé vers la surface AH, soit exprimée par la fonction $\frac{p}{(y+\beta)^3}$ (en supposant que β soit une très-petite ligne) qui peut être regardée comme un exemple de celles qui sans donner une force infinie dans le contact en donne cependant une très-considérable. Il est vrai qu'une telle équation en supposant qu'elle convint à l'inté-

rieur de la matiere réfringente, auroit comme la ſimple expreſſion $\frac{p}{y^3}$, l'inconvénient de donner encore une force infinie en certains cas, puiſque lorſque y ſeroit $= -\beta$, c'eſt-à-dire lorſque le corpuſcule de Lumiere ſeroit enfoncé à la diſtance β, la quantité $\frac{p}{(y+\beta)^3}$ deviendroit infinie; mais dans cet exemple nous regarderons la force de la matiere réfractive, comme ceſſant d'agir auſſi-tôt que le corpuſcule a atteint la ſurface, la queſtion étant abſolument la même du côté de la théorie que nous traitons. Au reſte après cet exemple que j'ai cru devoir donner à cauſe de la ſimplicité qu'il offre dans les calculs à ceux qui veulent entrer dans tous les détails des trajectoires que nous examinons ici, nous traiterons la queſtion plus en général.

Dans cette hypotèſe Υ ou $\int 2\Upsilon\, dy$ ſera $\int \frac{2p\,dy}{(y+\beta)^{-3}}$ ou $\frac{-p}{(y+\beta)^2}$, & par conſéquent $A = \frac{-p}{(a+\beta)^2}$, donc l'équation précédente ſe changera en . . . . . .

$$dx = \frac{dy}{\sqrt{\frac{1}{K^2} - 1 + \frac{p}{n^2K^2(y+\beta)^2} - \frac{p}{n^2K^2(a+\beta)^2}}}$$

de laquelle on peut paſſer facilement aux premieres différences. Pour y parvenir nous mettrons cette équation ſous cette forme . . . . . .

$$dx = \frac{(y+\beta)\,dy}{\sqrt{\left(\frac{1}{KK} - 1 - \frac{p}{n^2K^2(a+\beta)^2}\right)\times(y+\beta)^2 + \frac{p}{n^2K^2}}},$$

dont l'intégrale étant priſe en faiſant attention que n

augmente en même-tems que y diminue, & étant complettée enſuite par cette condition, que y étant égalée à a, x ſoit $= o$ ſera . . . . . $x =$

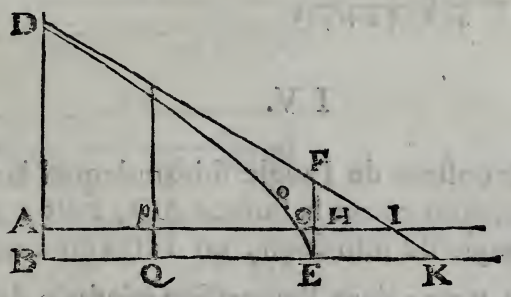
$$-\sqrt{\left((y+\beta)^2+\frac{p}{nn\,KK\left(\frac{1}{KK}-1-\frac{p}{n^2K^2(a+\beta)}\right)}\right)}+\sqrt{\left((a+\beta)^2+\frac{p}{n^2K^2\left(\frac{1}{K^2}-1-\frac{p}{n^2K^2(a+\beta)^2}\right)}\right)}$$

$$\sqrt{\left(\frac{1}{KK}-1-\frac{p}{n^2K^2(a+\beta)^2}\right)}$$

équation qui appartient à une hyperbole, dont l'axe eſt une parallele BK à AH, écartée de cette droite de la diſtance β, dont le centre eſt K ou BK = . . .

$$\sqrt{\left((a+\beta)^2+\frac{p}{nn\,KK\left(\frac{1}{KK}-1-\frac{p}{n^2K^2(a+\beta)^2}\right)}\right)}$$

$$\sqrt{\left(\frac{1}{K^2}-1-\frac{p}{n^2K^2(a+\beta)^2}\right)}$$



Le demi premier axe, la droite . . . . . .

$EK = \frac{\sqrt{p}}{nK\left(\frac{1}{K^2} - 1 - \frac{p}{n^2K^2(a+\beta)^2}\right)}$; le demi ſecond axe $EF = \frac{\sqrt{p}}{nK\sqrt{\frac{1}{K^2} - 1 - \frac{p}{n^2K^2(a+\beta)^2}}}$, & l'aſſimpote la droite KE.

III.

Quant à la valeur de AO qui donne la poſition du point O, où la courbe en queſtion rencontre la ſurface attirante ou réfringente AI, ſa valeur ſe trouvera en faiſant dans celle de $x, y = o$, ce qui donnera ainſi . . . . . .

$$AO = \frac{\sqrt{\left(\beta^2 + \frac{p}{n^2K^2\left(\frac{1}{K^2} - 1 - \frac{p}{n^2K^2(a+\beta)^2}\right)}\right)} + \sqrt{\left((a+\beta)^2 + \frac{p}{n^2K^2}\left(\frac{1}{K^2} - 1 - \frac{p}{n^2K^2(a+\beta)^2}\right)\right)}}{\sqrt{\frac{1}{K^2} - 1 - \frac{p}{n^2K^2(a+\beta)^2}}}$$

IV.

Et pour le coſinus de l'angle ſuivant lequel la trajectoire en queſtion coupe la ſurface AO, c'eſt-à-dire le ſinus de l'angle de réfraction, on l'aura en commençant à faire $y = o$ dans l'expreſſion générale de $\frac{dy}{dx}$, car cette expreſſion ſe réduiſant alors à . . . . . $\sqrt{\frac{1}{K^2} - 1 + \frac{p}{n^2K^2\beta^2} - \frac{p}{n^2K^2(a+\beta)^2}}$, donne pour

$\frac{1}{\sqrt{1+\frac{dy^2}{dx^2}}}$, c'eſt-à-dire pour le coſinus cherché de o OΛ ou le ſinus de la réfraction, la quantité .....

$$\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{K^2}+\frac{p}{n^2K^2\beta\beta}\right)}}-\frac{p}{n^2K^2(\alpha+\beta)^2}.$$

V.

Si l'on remarque que β par la nature du problême, ne peut être qu'une très-petite quantité, les expreſſions précédentes ſe peuvent ſimplifier & deviendront

$$BK=\frac{\sqrt{\alpha\alpha+\frac{p}{nnKK\left(\frac{1}{KK}-1-\frac{p}{n^2\alpha\alpha KK}\right)}}}{\sqrt{\frac{1}{K^2}-1-\frac{p}{nnKK\alpha\alpha}}}$$

$$EK=\frac{\sqrt{p}}{nK\left(\frac{1}{K^2}-1-\frac{p}{nnKK\alpha\alpha}\right)}$$

$$EF=\frac{\sqrt{p}}{nK\left(\frac{1}{K^2}-1-\frac{p}{nn\alpha\alpha KK}\right)}$$

$$AO=\frac{\frac{-\sqrt{p}}{Kn\sqrt{\left(\frac{1}{K^2}-1-\frac{p}{n^2\alpha^2K^2}\right)}}+\sqrt{\left(\alpha\alpha+\frac{p}{K^2n^2\left(\frac{1}{K^2}-1-\frac{p}{n^2\alpha^2}\right)}\right)}}{\sqrt{\left(\frac{1}{K^2}-1-\frac{p}{n^2K^2\alpha^2}\right)}}$$

& le cosinus de OA ou le sinus de la réfraction $= \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{K^2} + \frac{p}{n^2 K^2 \beta^2} - \frac{p}{n^2 K^2 \alpha^2}\right)}}$.

VI.

Mais on peut voir aisément que ces expressions peuvent être infiniment simplifiées par la petitesse extrême dont doit être la quantité $\frac{p}{nnaa}$, auprès des termes $\frac{1}{K^2} - 1$, petitesse dont on peut s'assurer par le raisonnement suivant.

$\frac{p}{(a+\beta)^3}$, ou simplement $\frac{p}{a^3}$, est la force attractive de la surface réfringente en D où l'on suppose qu'elle n'est pas assez considérable pour courber d'une maniere sensible le rayon de Lumiere ; cette quantité est donc très-petite : or en la multipliant par a, qui n'est qu'une quantité finie, & la divisant par $n\,n$ qui doit être regardée comme une quantité infinie, puisque c'est le quarré de la viteſſe de la Lumiere, on voit qu'en effet le terme $\frac{p}{aannn}$, doit être négligeable auprès de $\frac{1}{KK} - 1$; cela posé les expressions précédentes se réduiront à $BK = \frac{a}{\sqrt{\frac{1}{K^2} - 1}}$.

$$EK = \frac{\sqrt{p}}{nK\left(\frac{1}{K^2} - 1\right)}$$

$$EF = \frac{\sqrt{p}}{nK\sqrt{\left(\frac{1}{K^2} - 1\right)}}$$

$$AO = \frac{a}{\sqrt{\frac{1}{K^2} - 1}} - \frac{\sqrt{p}}{Kn}$$

Cof. o OA, ou ſin. réfr. $= \frac{K}{\sqrt{1 + \frac{p}{nn\beta\beta}}}$.

VII.

Dans cette derniere expreſſion celle du ſinus de l'angle que o O fait avec la perpendiculaire à la ſurface réfringente, c'eſt-à-dire de l'angle de réfraction, on reconnoît aiſément la vérité du Théorême général, que ce ſinus eſt à celui d'incidence en raiſon conſtante, quelle que ſoit l'inclinaiſon du rayon par rapport à la ſurface réfringente, puiſqu'on voit que la quantité K qui exprime cette inclinaiſon ne ſe trouve pas dans la quantité $\sqrt{(1 + \frac{p}{nn\beta\beta})}$ qui exprime ce rapport; mais nous verrons plus loin cette propoſition démontrée beaucoup plus généralement; nous acheverons auparavant cet exemple en l'éclairciſſant de quelque application en nombre.

VIII.

$\frac{3}{2}$ étant à peu près le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction dans le passage de l'air dans le verre, nous égalerons l'expression précédente $\sqrt{1+\frac{p}{n^2\beta^2}}$ à $\frac{3}{2}$, ce qui nous donnera $\frac{p}{n\beta^2}=\frac{5}{4}$, & en employant cette équation, les expressions du § VI. se simplifieront & se réduiront à . . . . . .

$$EK=\frac{\frac{5}{4}\beta}{K\left(\frac{1}{K^2}-1\right)}=\frac{\frac{5}{4}\beta K}{1-K^2}.$$

$$EF=\frac{\frac{5}{4}\beta}{\sqrt{1-K^2}},\quad AO=\frac{\alpha K}{\sqrt{1-K^2}}-\frac{5}{4}\beta$$

d'où l'on voit que les dimensions de l'hyperbole ou trajectoire décrite par le rayon dans cette hypothèse, ne dépendent que de la petite droite β & de l'angle d'inclinaison du rayon, avant d'atteindre le corps réfringent. Ainsi lorsque la distance du corpuscule de Lumiere de la surface attractive sera considérable, par rapport à la droite β, qui par l'hypotèse précédente, doit être nécessairement très-petite, on voit que la trajectoire sera sensiblement une ligne droite. Comme l'esprit est rarement satisfait en Physique quand l'on se contente de calculs généraux, & que l'on n'entre pas dans des détails qui donne une idée plus exacte des vrayes forces que l'on employe dans l'explication d'un Phénomene, nous allons passer

ſer à quelque application du calcul précédent, par laquelle on puiſſe voir d'une maniere ſenſible, la prodigieuſe ſupériorité que la force d'attraction du milieu réfringent, peut avoir ſur la force de la gravité, lorſque le globule de Lumiere eſt extrêmement voiſin de la ſurface attirante, & l'exceſſive diminution que ſouffre enſuite cette même attraction à diſtance encore très-petite comme une ou deux lignes; conditions néceſſaires ſi l'on veut que la Théorie employée pour expliquer la réfraction, ne ſoit pas démentie par tous les autres Phénomenes. Dans cette vûe ſoit nommée g la force de la gravité, & H la hauteur d'où un corps devroit tomber pour acquérir une viteſſe égale à celle de la Lumiere F, la force d'attraction au contact, on aura ainſi $\frac{p}{\beta^3} = F$ & $n^2 = 2\,g\,H$, d'où l'équation $\frac{p}{n^2\beta^2} = \frac{5}{4}$ donnera $\frac{F}{g} = \frac{5H}{2\beta}$: pour déterminer H en nombres, nous ſuppoſerons d'après la connoiſſance des tems la diſtance du Soleil à la terre de 22374 demi-diamétres de la terre, dont chacun eſt de $1432\frac{1}{2}$ lieues communes de 25 au degré, & nous prendrons 8′ 24″ pour le tems qu'elle met à venir de cet Aſtre, en nous conformant à la Théorie de M. Bradley déduite de l'aberration de la Lumiere, prenant le degré de 57232, 5 toiſes milieu entre le degré de l'équateur, & celui du pôle ſuivant Mr. Bouguer; je trouve la lieue de 2289, 3 toiſes ou 13735, 8 pieds, ce qui donne partant 440. 242. 760. 529 pieds pour la diſtance du Soleil à la terre, qui étant diviſée par 504″, donne 873. 497. 541 pieds pour

l'eſpace parcouru par la Lumiere en une ſeconde. Suivant Newton, pag. 413 de la troiſiéme édition, 15 pieds 1 pouce 2 lignes ou 15 pieds ; 0972, eſt la hauteur dont un corps tombe en 1″ par la force de la gravité à la latitude de Paris, donc 30, 1944 ſera l'eſpace que ce corps parcoureroit uniformément en 1″ après cette chûte. Prenant donc une quatriéme proportionelle à 15, 0972, & aux quarrés de 30, 1944, & 873. 497. 51. on aura $H = 12.634.749.303.060.000$ pieds, & partant le rapport cherché $\frac{F}{g} = \frac{31.586.873.257.650.000}{\beta}$, dans lequel il faut voir ce que peut être β pour le but que nous avons. Comme il ne peut être déterminé que très-vaguement, nous prendrons à la place du numérateur de la fraction précédente, $32 \times (10)^{15}$ qui en differe d'environ $\frac{1}{50}$, & cette fraction valeur de $\frac{F}{g}$, ſera $\frac{32(10)^{15}}{\beta}$; nous ſçavons par la nature de notre hypoteſe, que β doit être très-petit, puiſque ſans cela l'expreſſion de l'attraction $\frac{p}{(y+\beta)^3}$, ne pourroit pas ſenſiblement diminuer en s'écartant de la ſurface réfringente ; mais le prodigieux numérateur de la fraction précédente nous apprend la néceſſité de le rendre extrêmement petit, pour que cette force ſi énorme dans le contact, puiſſe être comme inſenſible à une diſtance, telle que 1 ou 2 lignes, où l'on ſçait par les expériences des tuyaux capillaires que l'attraction eſt très-peu ſenſible.

Soit donc fait $\beta = \frac{1\ pied.}{10.000.000.000.000}$, ou $\frac{1\ pied.}{(10)^{13}}$,

l'expreſſion précédente deviendra $F = 32 \times (10)^{\frac{15}{13}} g$, qui toute prodigieuſe qu'elle eſt, devient cependant fort peu de choſe à la diſtance; par exemple de $\frac{1}{100}$ pieds, puiſqu'elle ne peut être que $\frac{32\,(10)^{28}\,g}{(10)^{33}}$ ou $\frac{32\,g}{100000}$, c'eſt-à-dire environ $\frac{1}{3000}$ de la gravité, force véritablement très-petite alors, ainſi que les Phénomenes le demandent.

X.

THE'OREME G'E'NERAL.

Les mêmes choſes étant poſées que dans l'article premier, je dis que *quelque ſoit la nature & l'expreſſion de la force* Υ *avec laquelle le milieu réfringent attire le projectile, le ſinus de l'angle m* MP *que fait la trajectoire avec ſon ordonnée, en un point quelconque ſera au ſinus, qu'elle fera avec ſon ordonnée en un autre point quelconque, dans une raiſon qui ne dépendra que des grandeurs de ces mêmes ordonnées & de la viteſſe au point de départ* D, *ſans qu'il y entre l'inclinaiſon ſous laquelle le projectile eſt parti.*

Pour démontrer cette propoſition, rappellons-nous que nous avons trouvé art. I, que l'équation générale de ces trajectoires, étoit $dx = \frac{dy}{\sqrt{\frac{1}{K} - 1 + \frac{A}{n^2K^2} - \frac{Y}{n^2K^2}}}$, dans laquelle Y eſt la quantité $\int 2\,\Upsilon\,dy$, comme auſſitôt que la force Υ eſt donnée A, ce que devient Y,

lorſque PM devient AD $= a$; k le ſinus de l'angle LDA, n la viteſſe au point D; nous tirerons aiſément de cette équation $\sqrt{dx^2 + dy^2} =$ . . . $dy\sqrt{\frac{1}{K^2} + \frac{A}{n^2K^2} - \frac{Y}{n^2K^2}}$ / $\sqrt{\frac{1}{K^2} - 1 + \frac{A}{n^2K^2} - \frac{Y}{n^2K^2}}$, & par conſéquent . . . $\frac{dx}{\sqrt{dx^2 + dy^2}}$, ou le ſinus de l'angle mMp, que la courbe fait avec ſon ordonnée, ſera exprimé par $\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{K^2} + \frac{A}{n^2K^2} - \frac{Y}{n^2K^2}}}$, ou $\frac{K}{\sqrt{1 + \frac{A}{n^2} - \frac{Y}{n^2}}}$. Qu'on ſe propoſe maintenant de comparer ce ſinus avec celui qui répondroit à une autre ordonnée quelconque en nommant cette ordonnée y', Y' la force d'attraction à la diſtance y', la quantité $\int 2Y\,dy'$; on aura pour l'expreſſion du ſinus que fera la trajectoire avec cette ordonnée y', la quantité $\frac{K}{\sqrt{1 + \frac{A}{n^2} - \frac{Y'}{n^2}}}$, qui étant comparée à la précédente $\frac{K}{\sqrt{1 + \frac{A}{n^2} - \frac{Y}{K^2}}}$, donnera le rapport $\frac{\sqrt{1 + \frac{A}{n^2} - \frac{Y}{n^2}}}{\sqrt{1 + \frac{A}{n^2} - \frac{Y'}{n^2}}}$, dans lequel on ne trouve rien qui appartienne à l'inclinaiſon du projectile

en partant de D, & qui ne contient que les ordonnées y & y', la viteſſe du projectile toûjours la même au point de départ & des conſtantes.

XI.

De cette propriété ſi générale de toutes les trajectoires décrites par des forces perpendiculaires à une ſurface donnée, il eſt aiſé de tirer la propoſition fondamentale de la Théorie de la réfraction, c'eſt-à-dire la conſtance du rapport entre le ſinus d'incidence & celui de réfraction; car ſi la premiere ordonnée y eſt faite égale à a diſtance à laquelle on ſuppoſe que l'attraction n'a pas encore agi ſenſiblement, & que la ſeconde ſoit celle où elle ceſſe d'agir, il eſt clair que le premier ſinus deviendra celui d'incidence, & le ſecond celui de réfraction.

XII.

Si on ſuppoſe que le nombre p exprime le rapport du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction pour une ſorte de rayon, & q le même rapport pour une autre ſorte de rayon: je dis que ſi l'on compare les deux rayons dans les points où ils n'ont pas encore éprouvé l'attraction du milieu réfringent, on trouvera pour leur rapport celui de $\sqrt{qq-1}$ à $\sqrt{pp-1}$, quelque ſoit la nature de la force attractive du milieu réfringent, pourvû qu'on ſuppoſe qu'il agiſſe de la même maniere ſur l'un & l'autre de ces rayons. On a nommé précédemment K le ſinus d'incidence ou de l'angle dD A que fait le rayon avec la perpendiculaire, lorſque la ſurface attirante n'a point encore agi; on a trou-

vé enſuite que $\frac{K}{\sqrt{1+\frac{A}{n^2}-\frac{Y}{n^2}}}$ exprimoit le ſinus de l'angle m M P que fait le rayon avec la même perpendiculaire lorſqu'il eſt arrivé à une diſtance y.

Pour que cette expreſſion devienne celle du ſinus de réfraction, il faut que y ſoit la diſtance à laquelle on ſuppoſe que le milieu n'agit plus, quelque ſoit cette diſtance je nomme B la quantité que devient Y, alors, & $\frac{K}{\sqrt{1+\frac{A-B}{n^2}}}$ exprime le ſinus de réfraction, & partant $\sqrt{1+\frac{A-B}{n^2}}$, le rapport du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction, lorſque la viteſſe primitive du rayon eſt comme nous venons de le dire $= n$, ſuppoſant que cette viteſſe n ſoit celle de la premiere eſpece de rayon que nous avons à conſidérer, & n' la ſeconde, nous aurons par hypoteſe $\sqrt{1+\frac{A-B}{n^2}} = p$, & $\sqrt{1+\frac{A-B}{n'n'}} = q$, d'où il eſt aiſé de tirer $\frac{1}{nn} : \frac{1}{n'n'} = pp-1, : qq = 1$, ou bien $nn, : n'n' = qq-1, : pp-1$, ou enfin $n : n' = \sqrt{qq-1}, : \sqrt{pp-1}$.

XIII.

Pour faire une application de cette propoſition, cherchons qu'elle devroit être le rapport de la viteſſe

du rayon rouge au rayon violet dans l'hypoteſe, où on attribueroit la différence de leur réfrangibilité à leur différence de viteſſe. Suivant les expériences de Mr. Newton, le rapport du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction eſt pour les premiers rayons, celui de 77 à 50; & pour les ſeconds, celui de 78 à 50: on a donc $p = 1,54$, & $q = 1,56$, ſubſtituant ces valeurs dans la formule $n : n' = \sqrt{q^2 - 1}, \sqrt{p^2 - 1}$; on aura $n : n' = 1, 1973 : 1, 1711$, ce qui donneroit environ $\frac{1}{41}$, pour l'excès de viteſſe des rayons rouges par-deſſus celle des rayons violets.

XIV.

La plûpart des Sçavans qui ont traité de la réfraction dans l'hypoteſe de Mr. Newton, ont attribué la différence de réfrangibilité des rayons à la différence de maſſe de leurs particules, & ont rejettés la différence de viteſſe; mais quoique je ne prétende pas établir ici que c'eſt à cette derniere cauſe qu'il faut avoir recours, je crois à propos de remarquer que ceux qui veulent que la différence de maſſe ſoit la ſeule cauſe de la diverſité des réfrangibilités, ſe déterminent preſque tous par un raiſonnement qui eſt contraire aux principes de la dynamique, du moins de la maniere dont ils le préſentent & qu'ils n'ont peut-être pas examiné qu'on pouvoit répondre aux argumens par leſquels la diverſité de viteſſe ne leur paroiſſoit pas poſſible. Quant à leur raiſonnement pour rapporter telle ou telle réfrangibilité à la maſſe, il paroît d'abord

fort ſimple, les rayons rouges ayant plus de maſſe, l'attraction du milieu les détourne moins que les autres de leur direction, & au contraire; mais qu'on y refléchiſſe bien & que l'on ſe rappelle ce fait ſi connu, qu'une groſſe pierre en tombant vers la terre, ne décrit pas une autre parabole, qu'une petite balle lorſqu'elle eſt lancée avec la même viteſſe, & l'on verra qu'il en doit être de même d'un corpuſcule de Lumiere par rapport au milieu attractif qui eſt immenſe par rapport à lui, donc la différence de réfrangibilité ne ſçauroit être attribuée à la différence de maſſe; tout ce qu'on peut dire ſeulement pour l'attribuer à la nature des globules rouges, plutôt qu'à la différence de viteſſe, c'eſt que les globules d'une couleur ſont eſſentiellement & d'une nature différente de ceux d'une autre couleur, & que la cauſe de l'attraction du milieu réfringent quelle qu'elle ſoit, n'agit pas de la même maniere ſur eux, appuyant un tel raiſonnement ſur les exemples que l'on a dans la nature des corps qui agiſſent différemment les uns ſur les autres, & dont les actions ſont ſenſibles pour les uns ſans l'être pour les autres.

Parmi les argumens employés contre les différentes viteſſes qu'on voudroit ſuppoſer à diverſes parties de Lumiere, je n'en ai vû qu'un qui m'ait paru avoir de la force, c'eſt celui-ci. Dans les éclipſes lorſque la planete éclipſée ſort de l'ombre, les rayons dont la viteſſe eſt ſuppoſée la plus grande, devroient paroître les premiers, en ſorte que la planete devroit donc paroître dans le premier inſtant rouge, & puis par un mélange

mêlange de rouge, d'orangé, & des autres couleurs, enfin n'affecter l'œil de blanc qu'après le tems qu'il faut pour que les rayons violets ſoient arrivés ; mais quoique ce raiſonnement paroiſſe d'abord ſans réplique, j'y vois cependant une réponſe qui juſqu'à un plus grand examen & de nouvelles obſervations, me paroît devoir laiſſer en ſuſpens entre cette hypoteſe & la premiere, c'eſt que comme il faut toûjours qu'une certaine partie de la planete ſoit ſortie de l'ombre avant qu'elle puiſſe faire aſſez d'impreſſion ſur l'œil pour être apperçûe, il ſe peut faire que le tems qu'il faut pour que l'émerſion ſoit ſuffiſante, ſoit aſſez conſidérable pour qu'il ſoit déja arrivé des rayons violets des premieres parties qui ont paru, lorſque les ſuivantes envoyent leurs rayons rouges.

Les émerſions des ſatellites de Jupiter ſont celles qui fourniſſent le plus à l'objection que je viens de rapporter, puiſqu'il y a environ 1′ de tems de différence entre l'arrivée des rayons rouges & des rayons violets du même point du ſatellite qu'on obſerve, en ſuppoſant à ces rayons la viteſſe que demanderoit leur réfrangibilité ; mais qu'on examine quelle différence il ſe trouve entre le moment que l'émerſion eſt apperçûe par un Obſervateur & par un autre qui a la vûe plus ou moins ſenſible, & l'on verra qu'il eſt très-poſſible qu'aucun Obſervateur n'apperçoive le ſatellite, que lorſque tous ſes rayons ſont arrivés ; d'ailleurs il ne faut pas croire qu'on juge du degré de blancheur d'une telle Lumiere, au point qu'on diſtinguât un blanc parfait compoſé de tous les rayons,

d'avec celui dans lequel les derniers rayons foibles du ſpectre n'entreroient pas, & par ce moyen cette différence de $\frac{1}{40}$ que nous avons trouvé dans la viteſſe, pourroit bien être réduite à moitié.

CHAPITRE TROISIEME.

Théorie de la refléxion de la Lumiere dans le ſiſtème des Newtoniens.

APrès avoir vû comment la ſuppoſition d'une force attractive donne l'explication complette du Phénomene de la réfraction, il ne ſemble pas qu'il reſte rien à déſirer dans la Théorie de la Lumiere, puiſque l'autre branche de cette Théorie, je veux dire la refléxion paroît être entierement dans le cas de la refléxion de toutes les autres eſpeces de corps ſolides; mais lorſqu'on vient à pénétrer dans toutes les circonſtances particulieres qui accompagnent ce Phénomene, on voit bien-tôt qu'il eſt tout auſſi éloigné de ſe déduire des loix ordinaires des corps à reſſort, que la réfraction de la théorie des balles jettées dans des fluides: on peut dire même que la réflexion de la Lumiere qui paroît beaucoup plus ſimple que la réfraction, renferme véritablement plus de difficultés, & que c'eſt celui de ces deux Phénomenes ſur lequel on eſt encore le moins ſatisfait. La plûpart des Condiſciples de Newton qui en ont parlé dans leur Traité de Phyſique, ont gliſſé ſi légerement ſur cette partie, en expoſant le ſentiment de leur maître qu'on voit bien qu'ils en ont ſenti toute la difficulté. Comme Mr. Smith eſt de tous ces Auteurs celui qui m'a paru avoir expoſé le plus clairement la

Théorie de Mr. Newton, & avoir le mieux démontré la liaiſon de la réflexion avec la réfraction, j'ai cru que je ferois plaiſir aux Lecteurs de donner ici la traduction de ce qu'il a écrit ſur cette matiere dans le Chapitre VII de la premiere partie de ſon Traité. J'avois d'abord penſé à ne tirer de ce Chapitre que ce qui regardoit la réflexion afin de ne pas tomber dans quelque repétition, par rapport à ce que j'ai dit ſur la réfraction; mais outre qu'il auroit été difficile de ſéparer ces deux matieres par la maniere dont les a traitées Mr. Smith, & que les repétitions ne tombent que ſur très-peu d'endroits, j'ai cru que le Lecteur en revoyant toute la matiere en entier ſous un autre jour, & dans l'ordre que lui a donné le Géometre Anglois, ſeroit plus à portée de parvenir à la bien poſſéder & d'en ſentir les beautés & les difficultés; les extraits d'ailleurs plus encore que les traductions font éprouver de certains efforts au ſens original, qui pour ainſi dire le déchirent; j'ai penſé auſſi que ceux qui ne ſçavent pas l'Anglois, ou qui ne voudroient pas ſe donner la peine de recourir à l'ouvrage qu'on devroit déſirer de voir traduit en entier, me ſçauroient gré d'avoir donné ici la traduction du Chapitre dont ils pouvoient avoir beſoin.

I.

Traduction du Chapitre VII. de l'Optique de Mr. Smith, ſur la cauſe de la réfraction, de la reflexion, de l'inflexion, & de l'émiſſion de la Lumiere.

Les conſidérations ſuivantes font reconnoître aiſément que la cauſe de la reflexion n'eſt pas le choc de

la Lumiere ſur les parties ſolides ou impénétrables des corps, ainſi qu'on le croit communément. Premierement, dans le paſſage de la Lumiere du verre dans l'air, il y a une réflexion auſſi forte que dans ſon paſſage de l'air dans le verre, ou même un peu plus forte & beaucoup plus conſidérable que dans ſon paſſage de l'air dans l'eau, & il paroît bien peu naturel de dire que l'air eut plus de parties refléchiſſantes que l'eau ou le verre; mais quand même cela pourroit être ſuppoſé on n'en ſeroit pas plus avancé, car la réflexion eſt auſſi forte ou même plus forte quand l'air eſt retiré de derrier le verre par le moyen de la machine pneumatique que quand il y eſt adjacent. En ſecond lieu, ſi la Lumiere dans ſon paſſage du verre dans l'air, vient frapper plus obliquement que ſous un angle de 40 ou 41 degrés, elle eſt entierement refléchie; ſi elle frappe moins obliquement, elle eſt en grande partie tranſmiſe : or on ne doit pas imaginer que la Lumiere à un certain degré d'obliquité, rencontreroit aſſez de pores dans l'air, pour que la plus grande partie fût tranſmiſe, & qu'à un autre degré d'obliquité elle ne rencontrât uniquement que des parties qui la refléchiſſent en entier, principalement en conſidérant que dans ſon paſſage de l'air dans le verre, quelqu'oblique que ſoit ſon incidence, elle trouve aſſez de pores dans le verre pour être tranſmiſe en plus grande partie. Si l'on ſuppoſoit qu'elle n'eſt pas refléchie par l'air, mais par les parties ſuperficielles les plus extérieures du verre, il y auroit toûjours la même difficulté, ſans compter qu'une telle ſuppoſition eſt inconcevable & qu'on en reconnoît la fauſſeté, en appliquant de l'eau

derriere quelque partie du verre au lieu de l'air, car alors à une inclinaiſon convenable des rayons, comme de 45 ou 46 degrés à laquelle ils ſont tous refléchis quand l'air eſt adjacent au verre; ce qui prouve que leur réflexion ou leur tranſmiſſion dépend ſeulement de la conſtitution de l'air & de l'eau qui eſt derrierre le verre, & non du choc des rayons ſur les parties du verre. En troiſiéme lieu, ſi les couleurs faites par un priſme placé à l'entrée des rayons de Lumiere dans une chambre obſcure, ſont ſucceſſivement jettés ſur un ſecond priſme placé à une grande diſtance du premier, en telle maniere qu'ils y arrivent tous avec une égale incidence, ainſi que quand ils ſont tranſmis par les trous dans les deux planches de la cinquiéme expérience, le ſecond priſme peut être tellement incliné par rapport aux rayons incidents, que ceux qui ſeront bleus ſeront tous réfléchis par ce priſme pendant que les rouges paſſeront en abondance; or ſi l'on dit que la réflexion eſt cauſée par les parties de l'air ou du verre, je demanderai pourquoi à la même obliquité d'incidence les bleus frapperons tous ſur ces parties, de maniere à être réfléchis pendant que les rouges trouveront aſſez de pores pour être en grande partie tranſmis. Enfin ſi les parties de Lumiere étoient réfléchies par les parties ſolides des corps, leur réflexion de deſſus les corps polis ne pourroient pas être auſſi régulieres qu'elles le ſont, car on ne ſçauroit imaginer qu'en poliſſant le verre avec de la potée, du ſable ou du tripoli, ces ſubſtances puiſſent par leur frottement porter les plus petites parties du verre à un tel degré de poli que leurs ſurfaces ſoient vraiment pla-

nes ou ſphériques, & ne compoſer toutes enſemble qu'une ſeule & même ſurface, cette maniere de polir avec des poudres ne pouvant faire autre choſe que de réduire l'apprêté du verre à un grain aſſez fin, pour que les rayeures de la ſurface deviennent ſi petites, qu'elles ceſſent d'être viſibles ; & par conſéquent ſi la Lumiere étoit réfléchie en conſéquence du choc ſur les parties ſolides du verre, elle ſeroit auſſi diſperſée par les verres les plus polis que par les plus groſſiers, en ſorte que c'eſt encore un problême de ſçavoir comment le verre poli par le frottement de telles ſubſtances peut réfléchir la Lumiere auſſi régulierement qu'il le fait.

II.

Ce problême ne peut guere être réſolu qu'en diſant que la réflexion d'un rayon eſt produite, non par un point ſimple du corps réfléchiſſant, mais par quelque puiſſance du corps qui eſt également répandue ſur toute la ſurface & par laquelle il agit ſur un rayon ſans un contact immédiat, & cette propoſition que les parties du corps agiſſent ſur la Lumiere en diſtance, ſe découvrira par les expériences ſuivantes tirées de l'Obtique de Newton. *

III.

Le Soleil luiſant dans ma chambre par un trou d'un quart de pouce de large, je plaçai à la diſtance de 2 ou 3 pieds de ce trou une feuille de carton noircie en entier des deux côtés, & dans le milieu de laquelle il y avoit un trou d'environ trois quarts de pouces en

* Opt. Newton. Pag. 185. de l'édit. de France.

quarré pour y laiſſer paſſer la Lumiere, & derriere ce trou j'attachai au carton avec de la poix, une lame d'un couteau très-aiguiſé pour intercepter une partie de la Lumiere qui paſſoit à travers ce trou. Les plans du carton & du couteau étoient paralleles l'un à l'autre, & perpendiculaires au rayon après les avoir tellement placé, qu'aucune Lumiere du Soleil ne tombât ſur le carton, mais que tout paſſât par le trou pour aller au couteau, une partie tombant ſur la lame du couteau & l'autre ſur le tranchant; je fis tomber cette partie de la Lumiere qui tomboit auprès du couteau ſur un papier blanc placé à deux ou trois pieds par delà le couteau, & j'y vis deux traits de Lumiere foible lancée des deux côtés du rayon de Lumiere dans l'ombre comme les queues des comettes; mais parce que la Lumiere directe du Soleil par ſon éclat ſur le papier obſcurciſſoit ces traits foibles de Lumiere, de maniere que je les pouvois à peine appercevoir; je fis un petit trou au milieu de ce papier, afin d'y laiſſer paſſer la Lumiere & de la faire tomber ſur un drap noir placé derriere, & alors je vis les deux traits de Lumiere très-diſtinctement, ils étoient égaux l'un à l'autre, & à peu près égaux auſſi en longueur, en largeur, & en intenſité de Lumiere: leur lumiere du côté le plus près de la Lumiere directe du Soleil, étoit aſſez forte dans l'eſpace d'un quart ou d'un demi pouce, & dans tout ſon progrès depuis cette Lumiere directe elle décroiſſoit graduellement juſqu'à devenir inſenſible, toute la longueur de chacun de ces faiſceaux meſurés ſur le papier, à la diſtance de trois pieds du couteau, étoit d'environ ſix pouces, en ſorte qu'elle

ſoutenoit

ſoutenoit un angle au tranchant du couteau de 10, 12, ou au plus 14 degrés; je plaçai un autre couteau auprès de ce premier, de maniere que leur tranchant fuſſent paralleles & qu'ils ſe regardaſſent, je fis en ſorte enſuite que le rayon de Lumiere tombât ſur les deux couteaux, & qu'il en paſſât quelque petite partie entre leur tranchant, quand la diſtance entre ces deux tranchans étoit la $\frac{1}{400}$ partie d'un pouce, le faiſſeau de Lumiere étoit partagé par le milieu, & laiſſoit une ombre entre les deux parties; cette ombre étoit ſi noire, que toute la Lumiere qui paſſoit entre les deux couteaux ſembloit être pliée & s'être détournée des deux côtés, & en approchant encore les couteaux plus près, l'ombre devint plus large juſqu'à ce que les couteaux ſe touchant exactement toute la Lumiere s'évanouit; de-là je conclus que les rayons qui ſont les moins pliés, & qui vont aux termes intérieurs des traits de Lumiere à la plus grande diſtance des tranchants que cette diſtance, celle où l'ombre commence à paroître eſt d'environ 800 parties d'un pouce, & que les rayons qui paſſent près des tranchants des couteaux à des diſtances encore plus petites, ſont encore plus pliés & n'ont du côté des traits de Lumiere le plus éloigné de la Lumiere directe, parce que quand les couteaux approchent l'un de l'autre juſqu'à ſe toucher, les parties des faiſſeaux qui s'évanouiſſent les dernieres, ſont celles qui ſont les plus éloignées de la Lumiere directe. Par les expériences que nous venons de rapporter & par quelques autres, Mr. Newton a prouvé que les corps agiſſent ſur la Lumiere en quelques circonſtances par une force d'at-

traction, & dans quelques autres par une force de répulsion, car il a trouvé que les cheveux, les fils, les épingles, les pailles, & d'autres corps déliés qui sont éclairés par un très petit rayon de Lumiere introduit dans une chambre obscure, jettoient une ombre beaucoup plus grande qu'elles n'auroient dû être si les rayons qui passent auprès de ces corps, eussent été des lignes droites. En particulier le Chevalier Newton a remarqué que l'ombre d'un cheveu donnoit à la distance de dix pieds une ombre trente-cinq fois plus large que le cheveu lui-même.*

Voici ce qu'il dit pour établir son sentiment au sujet de ces forces, & qu'on trouve dans son optique; à cause que les métaux dissous dans des acides n'attirent qu'une très-petite quantité de ces acides leur force d'attraction ne peut agir qu'à une très-petite distance; & comme dans l'Algebre lorsque les quantités affirmatives & qui diminuent viennent à s'évanouir, elles se changent ensuite en négatives de même en méchanique, lorsque la force d'attraction s'évanouit il lui doit succéder une force de répulsion, & c'est une force de cette nature qui semble agir sur la Lumiere, tant dans les reflexions que dans les inflexions des rayons, car les rayons sont repoussés par les corps dans ces deux cas dans le contact immédiat du corps qui réfléchit ou infléchit la Lumiere.

Cela semble aussi suivre de l'émission de la Lumiere, le rayon aussi-tôt qu'il est lancé d'un corps lumineux par le mouvement de vibration de ce corps, & qu'il a passé la sphere d'activité de l'attraction, étant

* Optiq. Angl. pag. 293.

chaſſé en avant avec une exceſſive viteſſe ; car cette force qui eſt ſuffiſante pour le renvoyer par la réflexion, peut bien être ſuffiſante pour lui donner directement l'émiſſion ; cela paroît auſſi ſuivre de la production de l'air & des vapeurs, les particules qui ſe détachent des corps par la chaleur ou par la fermentation, ne ſont pas plutôt ſortis de la ſphere d'activité d'attraction de ces corps qu'elles les fuyent, & ſe fuyent les unes les autres avec une très-grande force, & occupent des eſpaces ſouvent plus d'un million de fois plus étendu que celui qu'elles occupoient quand elles étoient ſous la forme de corps denſes, & cette immenſe contraction & expenſion paroît inexplicable, ſoit qu'on ſuppoſe que les particules de l'air ſoient branchues & rameuſes, ou roulées comme des houpes, ſoit qu'on employe toute autre ſuppoſition que celle d'une puiſſance répulſive. C'eſt par cette puiſſance encore qu'il ſemble que les mouches marchent ſur l'eau ſans ſe mouiller les pieds, & que les objectifs des grandes lunettes ſont placés les uns ſur les autres ſans ſe toucher parfaitement, & enfin que deux marbres polis ſi adhérens l'un à l'autre dans le contact immédiat, ſont ſi difficilement pouſſé aſſez près l'un de l'autre pour ce parfait contact.

I V.

Le raiſonnement ſuivant fournit une preuve de l'immenſité de cette force ſur la Lumiere en comparaiſon de celle de la gravité. Mr. Newton a démontré que tous les corps agiſſent les uns ſur les autres par la force de la gravité, & que les forces attractives de deux

ſpheres homogenes ſur des particules de matiere placées très-près de leur ſurface, ſont entr'elles comme les diamétres de ces ſpheres, c'eſt-à-dire par exemple que ſi un milieu réfringent eſt ſphérique & de la même denſité que la terre, la force d'attraction de la terre près de la ſurface ſurpaſſera celle du milieu près de la ſurface, en même raiſon que le diamétre de la terre ſurpaſſe celui de ce milieu, ce qu'on peut regarder comme un rapport infini, eu égard aux conceptions humaines; cependant nous ſçavons qu'un boulet lorſqu'il vient de ſortir de la bouche du canon, ſe détourne à peine ſenſiblement de la ligne droite par la force de l'attraction de la terre, & que la plus petite particule de ce boulet, ſi elle étoit ſéparée du reſte, ne ſe détourneroit pas plus du chemin rectiligne que le boulet entier, à cauſe que la gravité fait tomber tous les corps vers la terre avec la même viteſſe en les affectant également, ſoit lorſqu'ils ſont réunis, ſoit lorſqu'ils ſont ſéparés. Une particule de Lumiere dont la viteſſe (on le peut dire) eſt infiniment plus grande que celle du boulet de canon, ſeroit donc infiniment moins détournée de la ligne droite par la force d'attraction du milieu, qui comme nous venons de le dire, eſt infiniment moindre que celle de la terre; mais l'expérience nous apprend que le rayon de Lumiere eſt courbé très-ſenſiblement, donc il doit être affecté par quelqu'autre puiſſance de ce milieu, laquelle dans ce contact ou à des diſtances très-voiſines, eſt infiniment plus conſidérable que la force de la gravité.

V.

Il eſt difficile de déterminer la vraie loi de cette puiſſance réfringente, ou les différens degrés de ſa force à diſtance donnée de la ſurface réfringente ; mais quoiqu'il en ſoit, puiſque nous ſçavons que les effets de la gravité qui décroiſſent comme les quarrés des diſtances augmentent, ſont très-ſenſibles à de grandes diſtances, nous pouvons aſſûrer que la puiſſance réfractive du milieu qui a la ſurface, eſt infiniment plus forte que la gravité, & s'évanouit à des diſtances qui ne ſont encore que très-petites, doit décroître dans une proportion beaucoup plus grande que celle de la gravité.

VI.

Il eſt naturel de conclure que les corps réfléchiſſent & réfractent la Lumiere par une ſeule & même puiſſance qui s'exerce différemment ſuivant les diverſes circonſtances, parce que quand la Lumiere ſort du verre dans l'air auſſi obliquement qu'il eſt poſſible, ſi ſon incidence vient encore à augmenter d'obliquité, elle eſt totalement réfléchie (car la puiſſance du verre après qu'elle a rompu la Lumiere auſſi obliquement qu'il eſt poſſible, ſi l'incidence devient encore plus oblique, augmente de force à un tel degré, qu'aucun rayon ne peut plus paſſer, & qu'il en réſulte par conſéquent une unique réflexion) & par cet autre raiſon que la ſurface des corps tranſparents qui ont la plus grande force réfringente réfléchiſſent la plus grande quantité de Lumiere.

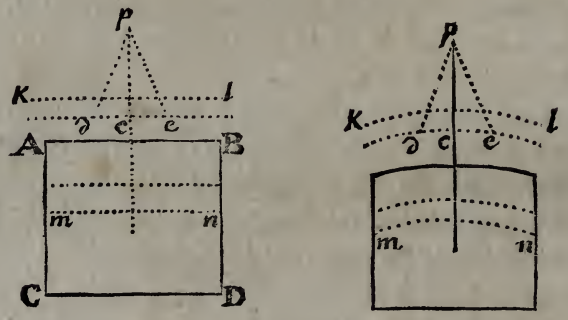
VII.

Des différentes proportions obſervées entre les ſinus d'incidence & de réfraction dans un grand nombre de différents corps, Mr. Newton a conclu que les forces de ces corps ſont à très-peu de choſe près proportionnelles aux denſités de ces corps, avec cette exception ſeulement que les corps onctueux & ſulphureux, réfractent plus que les autres corps de même denſité, d'où, dit-il, il ſemble naturel d'attribuer la force réfractive de tous les corps principalement, ſinon entierement aux particules ſulphureuſes & huileuſes dont ils ſont en grande partie compoſé, car il eſt probable que tous ces corps abondent plus ou moins en ſoufre; & comme la Lumiere raſſemblée par un miroir ardent agit le plus fortement ſur les corps ſulphureux pour les changer en feu & en flammes, de même toute action étant réciproque, les ſoufres doivent le plus agir ſur la lumiere. Quant à ce que la Lumiere & les corps agiſſent mutuellement les uns ſur les autres, on en peut voir la preuve par cette conſidération que les corps les plus denſes qui réfléchiſſent & réfractent le plus fortement la Lumiere, s'échauffent le plus ſenſiblement auſſi expoſés au Soleil en Été, ſoit par l'action de la Lumiere réfléchie; ſi on imagine que les corps ayent une denſité de cette nature proportionnelle à leur puiſſance réfractive, on pourra l'appeller leur denſité réfractive.

VIII.

La direction de la force réfractive d'un milieu qui agit sur les particules de la Lumiere, est en tous les lieux de son action perpendiculaire à la surface réfringente, car soit que cette force soit une attraction réelle, ou qu'elle soit une impulsion sur la Lumiere produite par la force élastique d'un fluide subtile, qui traverse le milieu par l'excès de son élasticité extérieure sur l'intérieure, ou de quelque maniere que vous voudrez, pourvû que le milieu soit uniforme dans toutes ses parties, la puissance immédiate sur la Lumiere elle-même ou sur le fluide subtil qui agit sur elle, sera d'une force égale en chaque point d'un plan mené parallelement à la surface réfringente, quoique la force soit différente en allant de ce plan à celui qui en est le plus proche, & de là à tous ceux qu'on imaginera dans l'espace où cette puissance peut s'étendre de chaque côté de la surface du milieu, l'étendue de cette puissance sera par conséquent terminée par deux plans paralleles l'un à l'autre & à cette surface, & l'espace compris entre-eux pourra être appellé l'espace d'activité, soit que la force du milieu réfringent attire ou qu'elle repousse; ceci étant supposé, je dis que la force du milieu agira sur la Lumiere, soit en l'attirant, soit en la repoussant suivant des lignes perpendiculaires à la surface; car que *p* soit une particule de Lumiere sur laquelle agisse une puissance quelconque qui est uniforme dans la ligne *d e*, parallele à la surface réfringente A B, *p c*, une ligne perpendiculaire à ces

paralleles & rencontrant *d e* en C, il eſt évident que la force de la puiſſance en C fera mouvoir la particule

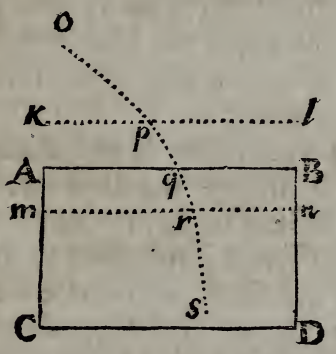


p dans la ligne *p c* ; mais en prenant deux points quelconques *d*, *e*, à égale diſtance de chaque côté de C, les forces en *d* & en C qui ſont égales & agiſſantes à égales diſtances *p d*, *p e* également inclinés à *p e*, ne pourront pas pouſſer *p* dans aucune autre direction que celle de *p c*, & ce qui a été dit des puiſſances égales dans la ligne *d e* eſt également applicable aux puiſſances exercées dans toutes les autres lignes menées parallelement à AB, c'eſt-à-dire dans tout l'eſpace d'activité du milieu réfringent.

IX.

Maintenant quand un rayon de Lumiere tombera perpendiculairement ſur l'eſpace d'activité, les particules ſeront accélérées ou retardées dans la même direction perpendiculaire, ſuivant que la puiſſance du milieu agira dans le même ſens ou dans un ſens contraire

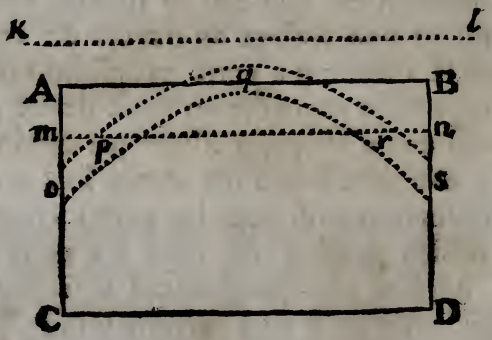
traire à la direction de leur mouvement ; & quand les particules auront traverſé tout cet eſpace, elles con-



tinueront de ſe mouvoir avec une viteſſe uniforme ; mais ſi un rayon *o p* ou *ſr* tombe obliquement ſur l'eſpace d'activité K *l m n*, la force du milieu agiſſent alors obliquement ſur les particules, les détournera de leur direction en leur faiſant décrire une courbe *p q r*, pendant leur paſſage au travers de cet eſpace ; car comme la Lumiere a cette propriété commune à tous les corps de ſe mouvoir en ligne droite, tant que ſon mouvement n'eſt point altéré par quelque force étrangere, elle doit ſuivre les autres loix du mouvement qu'obſervent auſſi tous les autres corps ; ainſi la force du milieu agiſſant de côté ſur cette direction oblique, fléchira continuellement le rayon de Lumiere ; mais après qu'il aura traverſé tout l'eſpace d'activité, il ſe mouvera en ligne droite à cauſe qu'il ſera également attiré ou repouſſé de tous les côtés, ou

parce qu'il ne le ſera point du tout s'il eſt alors dans un eſpace vuide & qu'il aura par conſéquent la même liberté de mouvement dans les deux cas, de même qu'un animal environné d'air de tous les côtés, quoique violemment preſſé de toutes parts n'en eſt point incommodé, & qu'il a une égale facilité de ſe mouvoir de tous les côtés.

Ainſi nous voyons que la réfraction de la Lumiere s'exécute de la même maniere que le mouvement d'une pierre jettée dans la direction *o p* par ſa gravité, ou de celle qui ſeroit jettée dans la direction oppoſée ſuivant *ſr*, & qui ſeroit détournée de ſon chemin en montant, pourvû que l'on ſuppoſât que l'atraction de la terre n'atteignit pas plus haut que la ligne K *l*, la pierre iroit de là dans une ligne droite *p o*. Maintenant la gravité de la pierre peut-être ſuppoſée tellement grande, ou la force de projection ſi foible, ou la direction du mouvement ſi oblique à la ligne horiſon-



tale K *l*, qu'elle ne puiſſe pas atteindre juſqu'à cette

ligne, en ce cas la pierre descendra du plus haut point de sa course par les mêmes degrés de courbure qu'elle avoit eu en montant, & si la gravité est supposée cesser dans tous les lieux qui sont au-dessous de la ligne *m n*, la pierre continuera de se mouvoir dans la direction du dernier petit côté de la courbe produite. Ceci est un cas semblable à celui de la réfléxion de dessus la surface des milieux denses, quand les rayons incidents sont si inclinés à cette surface, qu'ils sont rentrés dans ce même milieu. Jusqu'ici j'ai supposé le milieu réfractant contigu à un espace vuide, mais la maniere dont se fait la réfléxion & la réfraction est la même à la commune surface de deux milieux quelconques, car puisque les forces séparées des milieux agissent dans les mêmes lignes perpendiculaires à leur surface commune & dans des directions contraires, la Lumiere sera affectée par la différence de ces forces de la même maniere que l'on l'a exposé ci-dessus, & si les milieux ont des forces égales, ils se balanceront l'un l'autre sans produire ni réfléxion ni réfraction, il a déja été observé que la largeur perpendiculaire de l'espace d'activité est extrêmement petite, & que par conséquent dans les expériences Physiques l'incurvation du rayon pourra encore être regardée comme exécutée dans un point Physique.

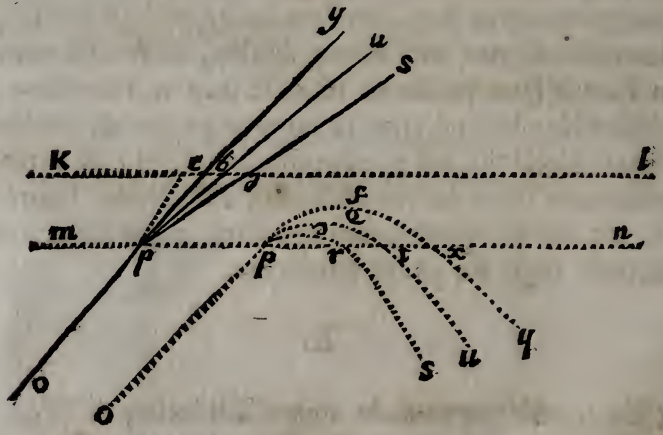
X.

En conséquence de cette Théorie, il n'est pas question pour produire toute la variété des couleurs & des différents degrés de réfrangibilité de recourir à

d'autres cauſes que les différences de maſſe des particules de la Lumiere, les moindres deſquelles donneront le violet, la plus foible & la plus obſcure des couleurs, & les autres à proportion qu'elles ſeront plus conſidérables en maſſe, donneront les couleurs les plus fortes & les plus brillantes, telles que le bleu, le verd, le jaune & le rouge, & ce ſeront celles qui ſeront le moins détournées de la ligne droite; car les différentes maſſes qui tombent ſur l'eſpace d'activité K *l m n* dans la ligne *o p*, ayant différentes forces, pourront décrire différentes courbes *p a*, *p b*, *p e*, & par conſéquent ſortir de cet eſpace ſous différents angles.

XI.

Ainſi les parties hétérogenes s'écartent les unes des



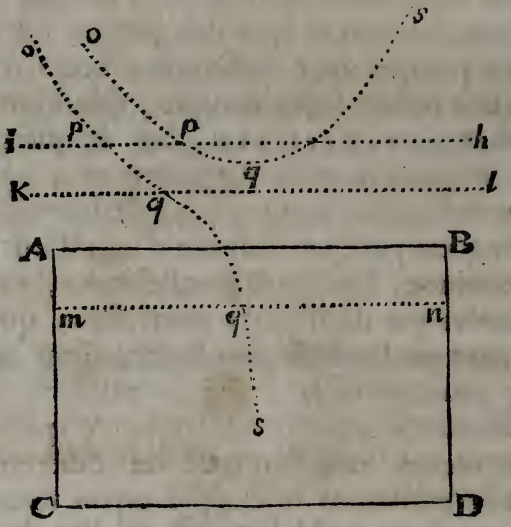
autres par la réfraction, quoiqu'elles ne s'écartent pas

par la réfléxion, car si la ligne de leur incidence *o p* est si oblique à l'espace d'attraction K *l m n*, que toutes les particules soient repoussées dans le même milieu elles décriront dans leur retour, des lignes paralleles *r s*, *t u*, *x y*, inclinées par rapport à cet espace de la même maniere que l'étoient les lignes d'incidence, c'est ainsi que des boulets de différents diamétres poussés avec différentes forces d'un canon *o p* dans une position quelconque, décriront différentes courbes *p d r*, *p e t*, *p t x*, &c. & que cependant réfléchissant de la terre ils frapperont tous en *r*, *t*, *x*; &c. sous des angles égaux à ceux de leur élévation en *p*. Maintenant puisque l'espace d'attraction est extrêmement mince, les lignes paralleles *r s*, *t o*, &c. seront séparées par de si petits intervalles, que les sens ne pourront pas les distinguer les unes des autres, & que par conséquent la Lumiere réfléchie & l'incidente paroîtrons la même couleur; & quand la Lumiere incidente sera composé de différens rayons, quoique les particules de chaque rayon soient un peu séparées après la réfléxion, & qu'elles se meuvent suivant diverses lignes; cependant toutes ces différentes lignes seront mêlées ensemble, & conséquemment la Lumiere réfléchie paroîtra blanche ou de la même couleur que la Lumiere incidente.

XII.

Parce que j'ai cité de Mr. Newton au § III, son sentiment sur la cause & l'opération de la réfléxion, paroît se réduire à ceci, en supposant que la puissance at-

tractive du milieu denſe ABCD, ſe termine à la ligne K *l*, & qu'à cette ligne commence la puiſſance répulſive que nous ſuppoſerons terminée à la parallele K *i*, lorſqu'un rayon de la Lumiere tombera de l'air ſur cet eſpace de répulſion *h i* K *l*, il ſera détourné continuel-



lement d'une direction dans une autre par la force répulſive, & décrira par conſéquent une courbe *p q r*, juſqu'à ce qu'il ſorte de cet eſpace ſous le même angle en *r*, qu'il faiſoit en ſortant en *p*, & alors il continuera de ſe mouvoir dans une ligne droite *r s*, & c'eſt là le cours du rayon lorſque ſa force progreſſive eſt foible, ou que la force de répulſion eſt aſſez grande pour l'empêcher d'entrer dans l'eſpace K *l m n*, car lorſqu'il entrera dans cet eſpace, au lieu d'être réfléchi il ſera réfracté dans le milieu denſe, en effet il y a

toûjours quelque partie de la Lumiere qui eſt réfléchie, le reſte réfracté par toutes les ſurfaces tranſparentes, Phénomene dont la cauſe a été conſidérée par Mr. Newton, pag. 253 de ſon Optique, édition Angloiſe; de-là il ſemble ſuivre que la puiſſance répulſive des milieux denſes eſt moins étendue ou plus foible que l'attractive; car ſi le pli du rayon produit par la puiſſance répulſive, n'étoit moindre que le pli contraire cauſé par l'attraction, la réfraction dans un milieu denſe, ne ſeroit pas toûjours faite vers la perpendiculaire, comme cela arrive toûjours. Nous devons obſerver encore que le rayon réfracté en traverſant la ſurface du milieu tranſparent, eſt plié en avançant & en arriere par un mouvement ſemblable à celui d'une anguille, & notre Auteur a remarqué cette même ſorte de mouvement dans ſon paſſage auprès des angles des corps. Il s'en ſuit encore que la force répulſive ne s'étend pas à une diſtance ſenſible du milieu, car ſans cela on éprouveroit une incurvation ſenſible dans cet eſpace, ce qui eſt contraire à l'expérience.

TRAITÉ D'OPTIQUE,

Où l'on donne les principes de la Dioptrique & de la Catoptrique.

DEUXIEME PARTIE.

THÉORIE DE LA LUMIERE.

CHAPITRE PREMIER.

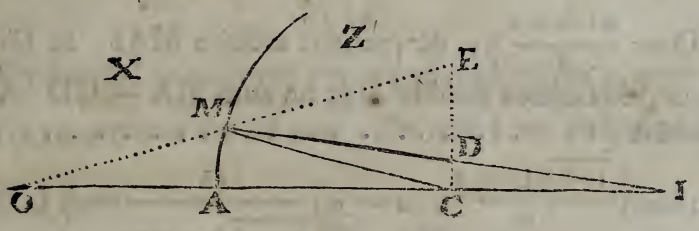
Détermination des foyers de toutes sortes de lentilles sphériques.

I.

PROBLEME I.

AM *représentant une surface sphérique quelconque, dont le rayon est* AC, C *le centre, &* O *étant supposé un point lumineux, dont les rayons* OM *qui arrivent à la surface* AM, *sont réfractés par un milieu donné z qu'on suppose séparé du milieu*

milieu X *où eſt le point lumineux par la ſurface* AM, *on demande le point où les rayons quelconques* O M *ſuppoſés peu écartés de l'axe* OC, *vont ſe réunir ſur cet axe.*



Ayant tiré du point quelconque M au centre C le rayon MC, élevé ſur MC la perpendiculaire CE & diviſé cette perpendiculaire, en ſorte que CE ſoit à CD comme le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction ; je dis que le rayon MDI pourra être pris ſans erreur ſenſible pour celui qu'eſt devenu le rayon OM après ſa réfraction en M, car comme l'angle d'incidence eſt très-petit par l'hypoteſe, & par conſéquent auſſi l'angle de réfraction, les ſinus de ces deux angles ſeront ſenſés en même proportion que leurs tangentes; or ſi c'étoit leurs tangentes qui duſſent être en raiſon conſtante, par le principe fondamental de la réfraction, MD ſeroit Géométriquement la poſition du rayon rompu : donc à cauſe de la petiteſſe des angles EMC, DMC, qui rend comme nous le venons de dire, inſenſible la différence de proportions entre les ſinus & les tangentes, MI ſera ſans erreur ſenſible la poſition du rayon rompu.

Cela posé, soit . . . . OA = β

. . . . . AC = a

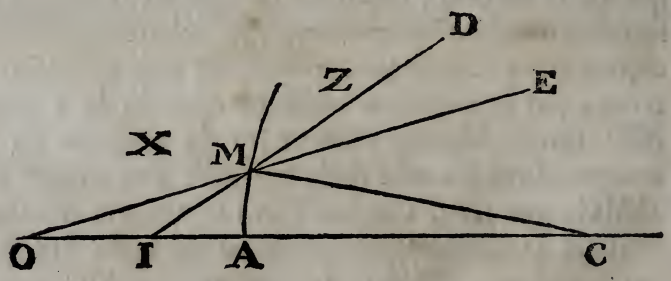
Le petit arc . . . . . AM = α

On aura en regardant OAM, OCE, comme deux triangles semblables CE = $\frac{b+a}{b}\alpha$, & par conséquent CD = $\frac{mb+ma}{b}\alpha$, & prenant ensuite MAI, & DCI pour deux autres semblables; on aura MA — CD : AC = MA : 1, ...

ou bien $\frac{1-mb-ma}{b}\alpha : a = \alpha : \frac{ab}{1-mb-ma}$ = AI, distance cherchée de la surface réfringente à la réunion des rayons partant de O.

II.

Dans cette supposition en partant de la figure que nous y avons employée, nous avons supposé $m < 1$,

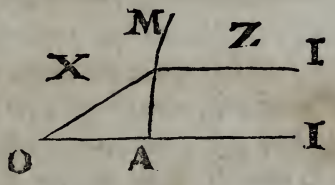


c'est-à-dire que le premier X milieu, étoit moins dense

que le ſecond Z. Toute la différence qu'il y auroit, ſi au contraire le ſecond milieu Z étoit plus rare que le premier X, c'eſt que la valeur de AI ſeroit négative, & que le point I ſeroit de l'autre côté de A vers O, comme dans la préſente figure.

III.

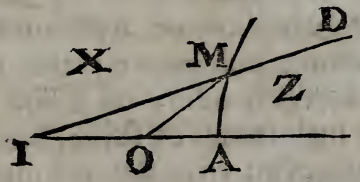
En ſuppoſant toûjours comme dans l'article 1, $m < 1$; ſi la proportion de b à a eſt telle que $1 - mb = ma$;



il eſt évident que le foyer ſera à une diſtance infinie, ou ce qui revient au même que tous les rayons OM ſe rompront parallelement à l'axe.

IV.

Et s'il arrive que $1 - mb < ma$, AI deviendra négative; & l'on en devra conclure que les rayons OM



après leur réfraction, ne rencontrent point l'axe du côté du milieu Z; mais que leur prolongement du côté du premier milieu, se rencontreroient en 1.

V.

PROBLEME II.

Les mêmes choses étant posées que dans le problême précédent, soit imaginé que le milieu Z *soit terminé par une autre surface sphérique* KNB *d'un diamétre quelconque, & qui soit coupé perpendiculairement ainsi que la premiere par l'axe* OABC; *on demande le point où se réuniront tous les rayons partants de* O, *qui après avoir été rompus en passant du premier milieu* X *dans le milieu* Z *à leur rencontre sur la surface* AK, *se rompront une seconde fois en passant du milieu* Z *dans le même milieu* X *supposé derriere la surface* BNK.

Ayant toûjours comme ci-dessus . . . . OA = *b*

. . . . . CA = *a*

On fera de plus . . . . . BD = C

Et comme le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction, étoit celui de 1 à *m* en passant du milieu X dans le milieu Z, le rapport de *m* à 1 sera celui de ces mêmes sinus en repassant du milieu Z dans le milieu X. Enfin la distance AH ou BH (regardant l'épaisseur comme infiniment petite) de la lentille AMKNB au foyer cherché, on la fera . . . . = *z*

Regardons maintenant ce foyer cherché comme un point lumineux qui en voye des rayons HN sur la surface BNK, lesquels après s'être rompus suivant la di-

rection N M dans le milieu Z, auroient tous leur prolongemens NI ; concourants en un point I sur l'axe

ABH prolongé, & remarquons que ce point doit être le même que le foyer des rayons OM venus de O dans le milieu X & rompus en M suivant MN.

Cela supposé nous aurons par le problême précédent en substituant c au lieu de a & z au lieu de b, nous aurons, dis-je, $\frac{cz}{1 - mz - mc}$ pour la valeur de BI ; mais comme suivant l'article IV, c'est alors le cas où la distance au foyer est négative, la valeur positive de BI sera $\frac{cz}{mc - 1 - mz}$, puisque le signe — de la valeur d'une ligne n'est propre qu'à apprendre le côté où doit être placé cette ligne, mais non sa longueur.

Egalant donc cette expression de BI à celle que l'on lui a trouvé dans le problême précédent, on aura $\frac{cz}{mc - 1 - mz} = \frac{ab}{1 - mb - ma}$, d'où l'on tire $z = \frac{mabc}{1 - m\sqrt{bc + ab - mac}}$, formule générale par laquelle

on a les foyers de toute ſorte de lentille convexes, concaves, planes convexes, planes concaves, quelque ſoient les milieux dont elles ſont faites, & ceux dans leſquels elles ſont placées.

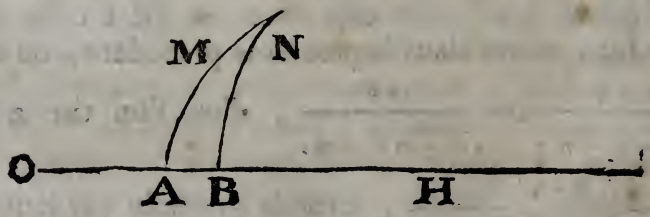
VI.

Comme le rapport du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction, lorſque la Lumiere paſſe de l'air dans le verre, s'écarte peu du rapport de 3 à 2; beaucoup d'Auteurs ſe ſont contentés de prendre ce rapport à cauſe de la commodité dans les calculs, & en effet dans toutes les opérations qui ne demandent pas une grande délicateſſe comme dans celle où il eſt inutile d'avoir égard à la différence de réfrangibilité des couleurs, on peut ſans erreur ſenſible ſe contenter de ce rapport, le prenant donc pour le vrai, nous aurons pour la formule des foyers de toute ſorte de lentille de verre

$$Z \text{ ou } AH \text{ ou } BH = \frac{2abc}{bc+ab-2ac}.$$

VII.

Si l'on veut que la lentille ſoit une meniſque AMNB,

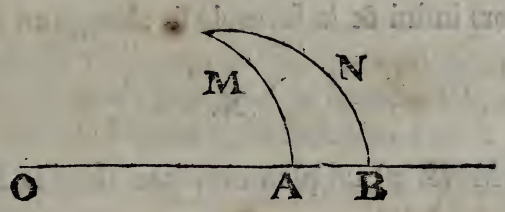


dont la convéxité ſoit tournée vers le point lumineux

O, il faudra faire C négatif dans la formule précédente, & elle deviendra AH ou $Z = \frac{-2abc}{-bc+ab+2ac}$ ou $z = \frac{2abc}{bc-ab-2ac}$, qui sera toûjours positive, tant que $b > \frac{2ac}{c-a}$, & au contraire.

VIII.

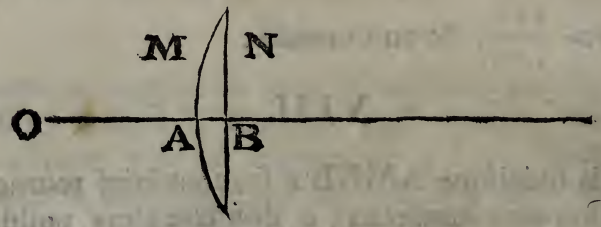
Si la ménisque AMNB a sa convéxité tournée du côté du point lumineux, a doit être alors positif & c



négatif, & la formule se change en $z = \frac{-2abc}{bc-ab+2ac}$ ou $z = \frac{2abc}{ab-bc-2ac}$, qui sera positive, toutes les fois que $b > \frac{2a}{a-c}$, & au contraire.

IX.

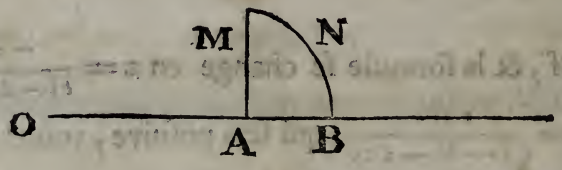
Si la lentille AMNB eſt un plan convexe dont la



convéxité ſoit tournée du côté du point lumineux, c eſt alors infini & la formule ſe change en $z = \frac{2ab}{b+2a}$.

X.

Si AMNB eſt un plan convexe dont la ſurface pla-



ne ſoit tournée du côté du point lumineux, c eſt alors a qui eſt infini, & la formule eſt $z = \frac{2bc}{b-2c}$.

XI.

XI.

Et ſi dans l'un & l'autre de ce ces deux cas on fait $b = \infty$, c'eſt à-dire qu'on ſuppoſe le point lumineux à une diſtance infinie, la formule devient $z = 2a$ pour le premier cas, & $z = 2c$ pour le ſecond, qui apprend qu'alors la diſtance de la lentille au foyer eſt le double du rayon de la ſurface convexe, ſoit qu'elle ſoit tournée du côté du point lumineux, ſoit que ce ſoit le plan qui la regarde.

XII.

Si la lentille eſt concave des deux côtés, il faudra faire dans la formule générale de l'article VI, a & c négatifs, & alors la formule générale ſera $z = \frac{2abc}{-bc-ab-2ac}$, ou plutôt $z = \frac{-2abc}{bc+ab+2ac}$, qui étant toûjours négative, apprend que de telles lentilles rendent toûjours ces rayons divergens, & que leur point de concours eſt néceſſairement du même côté que le point lumineux.

XIII.

La lentille étant un plan concave, dont le plan ſoit tourné du côté du point lumineux, il faudra faire $a = \infty$ dans la formule précédente, & elle deviendra $z = \frac{-2bc}{b+2a}$.

XIV.

Mais ſi c'eſt la partie concave qui eſt tournée du côté du point lumineux, ce ſera au contraire c qui ſera infini, & la formule ſera $z = \frac{-2ab}{b+2a}$.

XV.

Et dans l'un & l'autre cas ſi l'on fait $b = \infty$, c'eſt-à-dire que l'on ſuppoſe comme dans l'article XI que le point radiant ſoit à une diſtance infinie, z où la diſtance du verre au point de concours des rayons après leur double réfraction, ſera exprimée par $2a$ ou $2c$, c'eſt-à-dire qu'elle ſera double du rayon de la ſurface concave de quelque côté qu'elle ſoit tournée par rapport au point radiant.

XVI.

Lorſque la lentille ſera convexe des deux côtés, & que ſes deux ſurfaces auront été formées dans les mêmes baſſins, c'eſt-à-dire que leur rayon ſeront les mêmes, la formule générale de l'article V deviendra par cette égalité entre c & a, $z = \frac{mbaa}{1-m.2ab-maa}$; & en faiſant dans cette formule (ainſi que l'on a fait dans les articles VI, VII, &c.) $m = \frac{2}{3}$, elle ſe changera en $z = \frac{ab}{b-a}$, qui eſt toûjours poſitive tant que b eſt

plus grand que 2, c'eſt-à-dire que tant que la diſtance du point lumineux à la lentille ſera plus grande que le rayon de la ſphere du baſſin, dans lequel ont été formées les ſurfaces de cette lentille, le foyer ſera toûjours de l'autre côté de la lentille; ſi au contraire $b < a$, les rayons divergeront après les deux réfractions.

XVIII.

Si l'on fait dans cette derniere valeur de z, $b = \infty$, elle ſe réduira à $z = a$, c'eſt-à-dire que quand le point lumineux ſera à une diſtance infinie ou ſeulement très-grande, par rapport au rayon des ſpheres de cette lentille, le foyer ſera au centre ou extrêmement près du centre de la ſurface ſphérique tournée du côté du point lumineux. Ce point eſt celui qu'on appelle proprement le foyer de la lentille, les principaux uſages des lentilles étant pour des objets qui en ſont aſſez éloignés pour être ſuppoſés à une diſtance infinie; on appelle auſſi ce point, pour le diſtinguer plus particulierement des autres foyers, le foyer abſolu de la lentille.

XIX.

Si les deux ſurfaces ſuppoſées pareilles de la lentille étoient concaves, la formule générale des foyers ſeroit $z = \frac{-mbaa}{2ab\,1-m+maa}$, quantité toûjours négative qui apprend que ces lentilles ſont toûjours divergentes.

XX.

Cette formule dans le cas du verre, c'eſt-à-dire lorſque $m = \frac{2}{3}$, devient $z = \frac{-ab}{b+a}$, quantité toûjours négative.

XXI.

Et dans le cas de $b = \infty$, c'eſt-à-dire lorſqu'on ſuppoſe le point radiant à une diſtance infinie on a $z = -a$, c'eſt-à-dire que la diſtance focale eſt dans ce cas comme dans celui des lentilles convexes égale au rayon. La ſeule différence eſt que dans les lentilles concaves les rayons au lieu de ſe réunir après la double réfraction, divergent de maniere que leur prolongement du côté du point radiant, vont ſe rencontrer au centre de la premiere ſurface.

XXII.

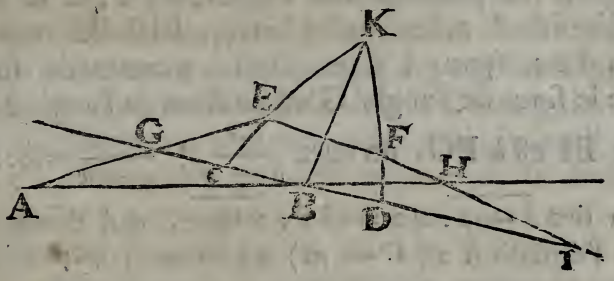
THE'OREME.

Suppoſant que la lentille CKD *dont les deux ſurfaces ſont égales, ſoit tellement placée à l'égard du point radiant* A, *que ſon axe* GI *faſſe un angle très-petit avec la droite* ABH *qui paſſe par le milieu de la lentille; je dis que le foyer* H *des rayons* AGE *partants de* A, *eſt ſur la droite* AB *à la même diſtance que ſi la lentille étoit perpendiculaire à* AH.

Pour le prouver ſoit fait comme dans l'article A B = *b*

Le rayon de la lentille . . . $= a$

Le rapport du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction . . . . . $= m$



La queſtion ſera réduite à faire voir que BH aura pour valeur . . . $\frac{m\,a\,b}{1 - m.\,2\,b - m\,a}$;

ou ce qui revient au même en faiſant . . . . . $BH = h$

que l'on aura entre h & b l'équation $2(1 - m)\,b\,h = m\,a\,(b + h)$

ſoit pour y parvenir le ſinus du petit angle GBA . . . . . $= \alpha$

La droite . . . . . $GB = x$

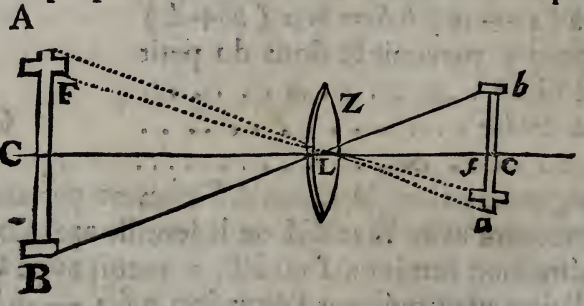
. . . . . $BI = z$

Regardant alors le rayon AE comme partant de G, ſa rencontre avec l'axe GI de la lentille après la ſeconde réfraction ſeroit en I où BI, z auroit avec $GB = x$ la relation exprimée par l'équation $2(1 - m)\,az = m\,a\,(x + z)$, puiſque c'eſt le cas du problême où le point radiant eſt ſur l'axe même de la lentille; mais à cauſe que l'angle GBA eſt très-petit, on peut ſuppo-

ſer que AG + GB = AB, c'eſt-à-dire que $b - x =$ AG, & l'on aura par ce moyen pour le ſinus de l'angle G, $\frac{b\,x}{b-x}$, & pour celui de l'angle I, $\frac{c\,x}{z-c}$, & comme la petiteſſe des angles G, I, & le peu de différence dont les angles GEF, EFI s'écartent chacun d'être égaux à deux droits, permet de ſuppoſer que le ſinus de l'angle G eſt au ſinus de l'angle I, comme BI eſt à BG; on aura $\frac{b\,x}{b-x} : \frac{c\,x}{z-c} = z : x$, d'où l'on tire $b+c \cdot xz = bc \cdot x+z$, qui étant diviſé par l'équation $2(1-m)\,xz = ma(x+z)$ donne $\frac{b+c}{2(1-m)} = \frac{bc}{ma}$, ou bien $2(1-m)\,bc = (b+c)\,ma$ comme on ſe propoſoit de le prouver.

XXIII.

Cette propoſition donne la maniere d'expliquer



comment les images qui ſont au-dehors d'une chambre obſcure, ſe peignent au-dedans & renverſés.

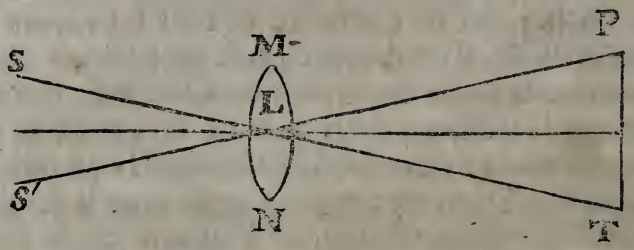
Car ſoit AB un objet qui vû du lieu où eſt la lentille, ne ſoutienne qu'un petit angle, & ſoit C le point de cet objet qui paſſe par l'axe de la lentille, *c* étant le foyer ou le point de concours de tous les rayons qui viennent de C, il eſt évident par la propoſition précédente, que le foyer des rayons venants de F, ſera très-proche de la ſection *a* de la droite F L*f*, & de la perpendiculaire *b c a*, élevée ſur la droite C*c* au point *c*, car l'axe C*c* faiſant un très-petit angle avec la lentille, la ligne F*f* différe très-peu en longueur de la droite C*c*. Suppoſons donc que A & B ſoient les extrêmités de l'objet ACB extérieur, & tirant les droites AL*a*, BL*b*; *b c a* repréſentera la peinture de cet objet dans la chambre obſcure tracée au foyer de la lentille ou plutôt au foyer du point C, ſi L' où l'objet a une diſtance comparable aux dimenſions de la lentille. Si au contraire comme il arrive preſque toûjours cette diſtance eſt ſi grande, qu'elle puiſſe être regardée comme infinie par rapport à la lentille, la place où il faudra recevoir la peinture de l'objet, ſera le foyer abſolu de la lentille, c'eſt-à-dire celui des rayons paralleles à l'axe.

Quant à la portion de la peinture de l'objet par rapport à celle de l'objet même, on voit bien qu'elle doit être renverſée, il ne faut que l'inſpection de la figure pour reconnoître cette vérité.

XXIV.

Lorſqu'on préſente une lentille au Soleil, l'eſpace occupé par les rayons qui viennent de tout ſon diſ-

que eſt un cercle entier, dont le diamétre PT eſt la baſe d'un triangle iſocelle, dont l'angle au ſommet eſt



au milieu de la lentille & eſt d'environ 32′; car ſi l'on imagine au point L deux rayons s′L, & s″L qui viennent des deux points les plus éloignés du diſque du ſoleil, ces deux rayons feront un angle d'environ 32′ (en ſuppoſant le Soleil dans ſa moyenne diſtance) & par ce qui précéde, les foyers de tous les rayons paralleles à ces deux rayons, ſeront en P & en T.

XXV.

Si la lentille eſt plus grande que PT, c'eſt-à-dire ſi l'axe MN contient plus d'un demi degré, ainſi qu'on le pratique d'ordinaire, le cercle PT ſera le plus petit de tous ceux qu'on peut recevoir ſur un carton, ce qui fournit une maniere de reconnoître le foyer d'un verre, indépendamment de la plus grande intenſité de Lumiere qui eſt auſſi au même lieu.

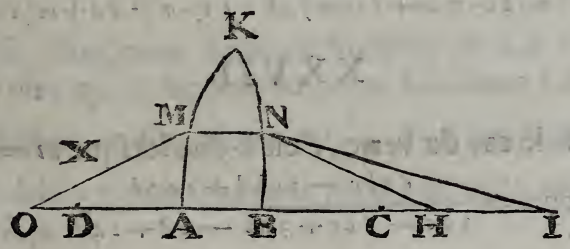
XXVI.

XXVI.

PROBLEME III.

Les mêmes choſes étant ſuppoſées que dans le Problême II, trouver le point de réunion des rayons venants de O, *en ayant égard à l'épaiſſeur du verre.*

Nous avons négligé dans ce Problême l'épaiſſeur AB du verre, parce que dans le cas des téleſcopes,



chambre obſcure, & beaucoup d'autres cas d'optique, cette épaiſſeur eſt comme nulle en comparaiſon de toutes les autres lignes conſidérées dans le Problême, telles que la diſtance des objets, le foyer de la lentille, le diamétre même de la lentille; mais comme il y a cependant quelques queſtions où l'épaiſſeur du verre n'eſt pas négligeable, & eſt même auſſi conſidérable que les autres dimenſions de la figure, nous allons pour plus grande généralité reprendre le Problême, avec cette conſidération de plus, qui comme on va le voir, ne le rendra pas plus difficile par la méthode que nous avons ſuivie.

Qu'on reprenne le Problême en entier, tel qu'il a été traité dans l'article V juſqu'à l'équation . . . $\frac{cz}{mc-(1-m)z} = \frac{ab}{(1-m)b-ma}$, & l'on verra qu'en nommant d, l'épaiſſeur AB de la lentillle, on aura au lieu de cette équation celle-ci, ... $\frac{cz}{mc-(1-m)z} + d = \frac{ab}{(1-m)b-ma}$, cela poſé rien ne ſera plus facile que de tirer de cette équation la valeur cherchée de z, laquelle ſera . . . . . $z = \frac{mabc-m(1-m)bcd+m^2acd}{(1-m)bc-mac+(1-m)ab-(1-m)^2bd+m(1-m)ad}$.

XXVII.

Dans le cas du verre, c'eſt-à-dire lorſque $m = \frac{2}{3}$, on à BH ou $z = \frac{6abc-2cbd+4acd}{3bc-6ac+3ab-bd+2ad}$.

XXVIII.

Et ſi les deux convéxités ſont ſuppoſées les mêmes, c'eſt-à-dire que $a = c$, on a alors . . . . . $z = \frac{6a^2b-2abd+4a^2d}{6ab-6a^2-bd+2ad}$.

XXIX.

Si l'on vouloit par exemple que la lentille fût une ſphere, & qu'elle fût formée d'eau, on mettroit à la

place de m, la fraction $\frac{3}{4}$, qui eſt le rapport du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction pour l'eau, l'on feroit enſuite $\frac{d}{c} = \frac{2a}{a}$, & l'on auroit $BH = \frac{ab+3a^2}{b-a}$.

XXX.

Si la ſphere étoit de verre, on auroit $m = \frac{2}{3}$, & toûjours $\frac{d}{c} = \frac{2a}{a}$, ce qui donneroit $z = \frac{ab+4aa}{2b-a}$.

XXXI.

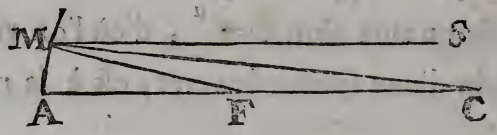
Et Si dans cette derniere formule on fait $b = \infty$; c'eſt-à-dire qu'on ſuppoſe le point lumineux à une diſtance infinie, on aura alors $z = \frac{a}{2}$, d'où l'on voit que le foyer abſolu d'une ſphere de verre, eſt à la moitié de ſon rayon.

CHAPITRE SECOND.

Des foyers de toutes ſortes de Miroirs ſphériques.

PROBLEME I.

TRouver le foyer F *des rayons* SM *paralleles entre eux, & réfléchits par une portion infiniment petite* AM *du cercle donné, dont le centre eſt* C, *& le rayon la*



droite AC *parallele aux rayons incidents* MS.

L'arc AM étant infiniment petit par l'hypotèſe, la queſtion ſe réduit à ſçavoir où le rayon MS après avoir été réfléchi par l'arc AM, rencontre l'axe AC.

Tirant donc le rayon MC & faiſant l'angle CMF égal à l'angle SMC, la ſection F de MF & de AC, ſera le foyer cherché, or à cauſe de l'égalité des angles SMC, MCF, on aura CMF = MCF, & par conſéquent MF = FC; mais la petiteſſe de l'angle C & de l'angle M, rend la ſomme des deux côtés MF, FC égale, à un infiniment petit du deuxiéme ordre

près, à MC ou AC, donc FC est la moitié de AC, donc le foyer d'un arc infiniment petit est toûjours placé à la moitié de son rayon.

II.

Quoique cette proposition ne soit exactement vraye que dans le cas de l'arc AM infiniment petit, il est évident qu'elle ne donnera qu'une erreur insensible, lorsque l'arc AM sera de très-peu de degrés, comme ceux que l'on donne ordinairement aux miroirs ardents, & sur tout aux miroirs employés pour les téleſcopes, dans tous ces cas on peut donc dire sans s'écarter sensiblement de la vérité que le foyer des rayons paralleles à l'axe du miroir, est à la moitié de sa distance au centre ou au quart du diamétre: nous verrons dans le Chapitre suivant de combien on peut se tromper par une pareille supposition.

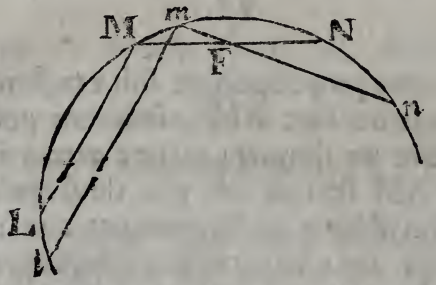
III.

PROBLEME II.

Trouver le foyer des rayons paralleles tombant obliquement sur un arc de cercle infiniment petit.

Soient ML & *m l* deux rayons incidents qui frappent les extrêmités M & *m*, de l'arc donné M *m*; soit de plus le rayon MN le rayon réfléchi qui se trouve en prenant la corde MN = ML; il ne s'agit pour résoudre le Problême proposé, que de trouver la rencontre de cette corde MN avec la corde *m n* prise pareillement

égale à la corde *m l*; or comme par l'égalité de l'arc ML à MN, & celle de *m l* à *m n*, on a néceſſaire-



ment N*n* = 3 M*m*, il eſt évident par la reſſemblance des triangles M*m* F, FN*n*, que *m* F ſera égal au tiers de F*n*, ou FM de FN, ou ce qui revient au même que MF ſera un quart de MN, donc le foyer des rayons incidents quelconques, tombants ſur un arc de cercle infiniment petit & parallelement à un rayon donné de poſition, eſt toûjours au quart de la corde que coupe dans le cercle le rayon qui eſt le réfléchi du rayon donné.

IV.

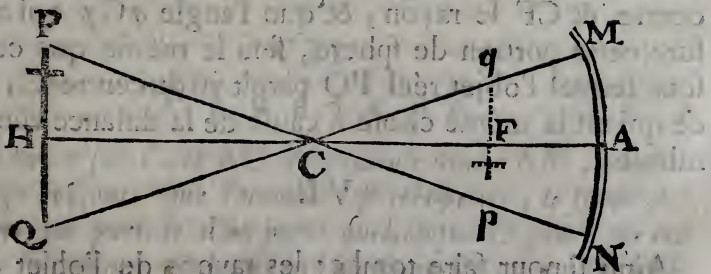
On voit par l'article précédent que ſi l'obliquité des rayons incidents ſur l'arc de cercle donné eſt conſidérable, pour peu que l'arc réfléchiſſant ſoit étendu, le rayon des foyers qui tombent ſur l'une de ſes extrêmités, ſera aſſez ſenſiblement éloigné du foyer de ceux qui tombent ſur l'autre extrêmité; mais ſi au contraire

les rayons s'écartent peu d'être perpendiculaires au milieu de cet arc, tous les rayons réfléchis se rencontreront à très-peu de chose près au quart de la corde, qui est le rayon réfléchi du milieu de cet arc, ou ce qui revient au même, ils se rencontreront sur ce rayon réfléchi à une distance de l'arc réfléchissant qui est la même que lorsque les rayons tombent exactement perpendiculairement, puisque alors cette corde n'est pas sensiblement différente en longueur du diamétre.

V.

Si un miroir concave sphérique est présenté vis-à-vis un objet quelconque fort éloigné de ce miroir par rapport aux dimensions du miroir & de l'objet, l'on aura au quart du diamétre du miroir une image renversée & semblable à l'objet, laquelle sera formée par la réunion de tous les rayons qu'il envoye sur la superficie du miroir.

Soit MN le miroir concave qu'on suppose ne ren-



fermer qu'une petite partie de sa sphere, comme un

ou deux degrés, PQ l'objet proposé regardé comme infiniment éloigné du miroir par rapport à ses dimensions, tels que sont les objets de la campagne qui vont se peindre sur un miroir placé dans une chambre; soit supposé encore que cet objet vû de la place où est le miroir, ne paroisse que sous un petit angle, comme de 1 ou 2 degrés; cela posé il est clair par l'article premier que les rayons qui partiront du point H que l'on suppose être celui qui répond perpendiculairement au milieu du miroir, iront se rassembler au foyer F de ce miroir placé au quart de son diamétre.

Il est clair ensuite que pour avoir le point où se réuniront les rayons qui viendront d'un autre point *p* de l'objet donné, il faudra tirer par ce point *p* au centre C de la sphere, une droite *p* CN, & prendre sur cette droite la partie N*p* égale au quart du même diamétre de la sphere; & comme il en est de même de tous les autres points de l'objet PQ, il est clair que la réunion des rayons venans de tous ces points, formera une image renversée *p q*, semblable à l'objet lui-même & tracée sur une petite portion de sphere, dont C est le centre, & CF le rayon, & que l'angle *q* C *p* qui mesure cette portion de sphere, sera le même que celui sous lequel l'objet réel PQ paroît vû du centre C, ou ce qui est la même chose à cause de la distance vûe du miroir.

VI.

Ainsi si pour faire tomber les rayons de l'objet extérieur sur le miroir placé dans une chambre, l'on n'étoit pas obligé de laisser la fenêtre ouverte, & si pour

pour appercevoir l'image tracé en F il ne falloit pas placer un plan qui couvrit le miroir, on formeroit auſſi facilement la peinture des objets extérieurs par le ſecours des miroirs que par celui des lentilles employées ordinairement dans les chambres obſcures; cependant quoique l'opération ſoit plus embaraſſante par ces difficultés, on peut auſſi ſe ſervir des miroirs pour faire des repréſentations des objets extérieurs dans une chambre obſcure; voici une des méthodes qu'on peut ſuivre alors.

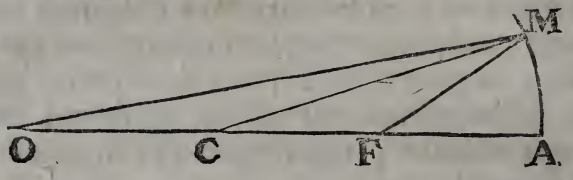
La chambre étant fermée à l'ordinaire, & ayant laiſſé un petit trou au volet, je préſenterois un miroir plan à une certaine diſtance de ce trou, & je le diſpoſerois de maniere à renverſer tous les rayons qu'il recevroit ſur un miroir concave placé plus loin dans la chambre, & expoſé non perpendiculairement à ces rayons, mais peu écarté de cette direction; par ce moyen l'image que donne les rayons réfléchis au foyer de ce miroir, pourroit être aſſez diſtante du miroir plan, pour qu'on la reçût & qu'on la vit très-diſtinctement ſur un carton placé à ce foyer.

VII.

PROBLEME.

Trouver ſur l'axe AC *d'un miroir donné* AM, *dont on ſuppoſe toûjours que l'étendue eſt très-petite, le foyer des rayons qui partent d'un point quelconque* O *placé ſur cet axe; ſoit comme ci-deſſus tiré du point* O *un rayon incident quelconque* OM, *on aura ſon rayon réfléchi* MF *en faiſant l'angle* CMF *égal à l'angle* CMO.

Pour trouver la rencontre F de ce rayon réfléchi & de l'axe AO, c'eſt-à-dire le foyer deman-



dé, on remarque que l'égalité des angles FMC, CMO donne OC : CF = OA : AF, d'où l'on tire

$$AO - AC : AC - AF = AO : AF,$$

$$\text{ou } AO - AC : AO = AC - AF : AF,$$

$$\text{ou } 2AO - AC : AO = AC : AF,$$

$$\text{ou enfin } AF = \frac{AO \times AC}{2AO - AC},$$

valeur de la diſtance focale cherchée.

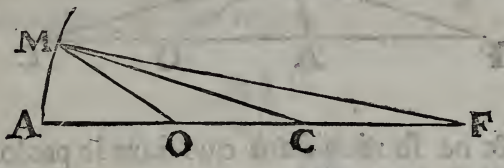
VIII.

Lorſqu'on préſentera à un miroir ſphérique un objet, qui vû de ce miroir n'occupera qu'un très-petit angle, il eſt clair que la propoſition de l'article priſe pour le cas où cet objet eſt à une diſtance infinie, aura également lieu dans celui où il eſt à une diſtance quelconque, c'eſt-à-dire qu'alors on aura encore une image ſemblable à l'objet & tracée ſur un plan, ou plutôt ſur une petite partie de ſphere concentrique au miroir, & paſſant par le foyer des rayons qui viennent du point

de l'objet qui répond au milieu du miroir.

IX.

Dans la figure que nous avons employée au problême de l'article VII, nous avons ſuppoſé que le point



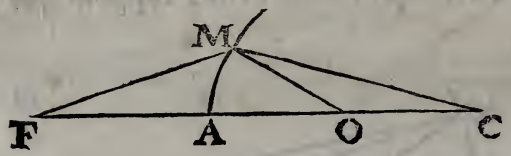
O étoit placé ſur l'axe plus loin du miroir que n'eſt le centre C; il eſt aiſé de voir que ſi ce point eſt plus près comme dans la figure préſente, la formule ſeroit encore la même $AF = \frac{AC \times AO}{2AO - AC}$; toute la différence, c'eſt qu'elle apprendroit que ſelon le rapport de AC à AO, ce foyer ſe trouveroit le foyer par de-là C ou de l'autre côté du miroir.

X.

Tant que AO eſt entre $\frac{1}{2}$ AC & AC, 2 AO — AC ſera poſitif & plus petit que AO, par conſéquent AF ſera plus grand que AC, & le foyer ſera de l'autre côté de C, mais toûjours du côté de la concavité du miroir.

XI.

Si au contraire AO eſt plus petit que $\frac{1}{2}$ AC, 2AO−AC devient négatif, partant les rayons deviennent di-



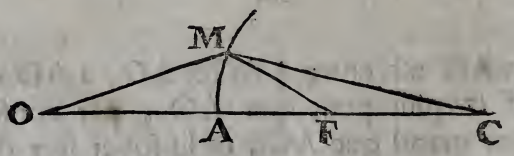
vergens & ne ſe réuniſſent que dans le prolongement du côté de la convexité.

XII.

Le ſeul cas de AO = $\frac{1}{2}$ AC, eſt celui où les rayons réfléchis ne ſe réuniſſent d'aucun côté, mais ſont au contraire tous paralleles à l'axe.

XIII.

Si le point radiant eſt du côté de la convéxité, la



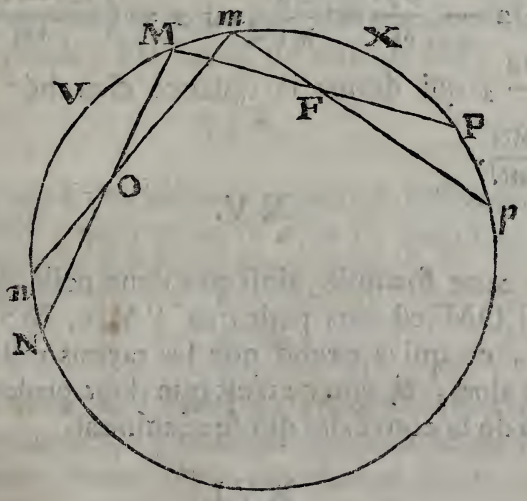
formule précédente ne ſe change qu'en y faiſant AO

négatif, & elle devient alors $\frac{AO \times AC}{2\,AO - AC}$, ou . . $\frac{AO \times AC}{2\,AO + AC}$, qui apprend que AF dont elle eſt la valeur, eſt dans ce cas toûjours poſitive & toûjours plus petite que $\frac{1}{2}$ AC, c'eſt-à-dire que le foyer de tous les points placé du côté de la convéxité, eſt toûjours du côté de la concavité, & placé entre la ſurface du miroir & le milieu de ſon rayon.

XIV.

PROBLEME.

Trouver le foyer des rayons qui partent d'un point



quelconque placé au-dehors ou au-dedans d'un cercle,

& qui vont tomber sur un arc infiniment petit de ce cercle.

Que O soit le point donné M m, ce petit arc de cercle sur lequel il envoye ses rayons VMX, la circonférence dont cet arc est une partie infiniment petite en tirant de O aux points M & m les cordes MON, m O n & prenant ensuite les cordes MP, mp qui leurs soient égales, la rencontre F de ces deux dernieres cordes sera le foyer cherché; or, de cette construction qui donne l'arc nVM = MXP & mVn = mXp on tire M m — N n = P p — M m ou 2 M m — N n = P p, ou $\frac{N\,n}{M\,m} = \frac{P\,p}{M\,m}$, de laquelle à l'aide des triangles semblables M m O, n M O; & M m F, p PF, on tire $2 - \frac{O\,N}{M\,o} = \frac{F\,p}{M\,F}$, ou $2 = \left(\frac{MN - OM}{o\,M}\right) = \frac{MN - MF}{M\,F}$, qui donne la distance cherchée MF = $\frac{OM - MN}{4\,OM - MN}$.

XV.

Dans cette formule, ainsi que dans celle de l'article VII, si OM est plus petit que $\frac{1}{4}$ MN, MS devient négatif, ce qui apprend que les rayons réfléchis divergent alors, & que ce n'est que leur prolongement du côté de la convéxité qui se réuniſſent.

XVI.

Mais si OM est exactement le quart de la corde;

en ce cas les rayons réfléchis ne se réuniſſent d'aucun côté, mais ſont paralleles entr'eux.

XVII.

Si le point radiant O eſt hors du cercle, c'eſt-à-dire ſi OM > MN, la formule précédente . . $\frac{OM \times MN}{4\,OM - MN}$, donnera toûjours la valeur de MF, & apprendra qu'en ce cas la longueur de cette droite ſera néceſſairement $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ de MN ou MP, tant que O ſera hors du cercle, pourvû qu'il n'en ſoit pas à une diſtance infinie.

XVIII.

Mais ſi le point O étoit placé dans la circonférence même du cercle, MF ſeroit un tiers de MP.

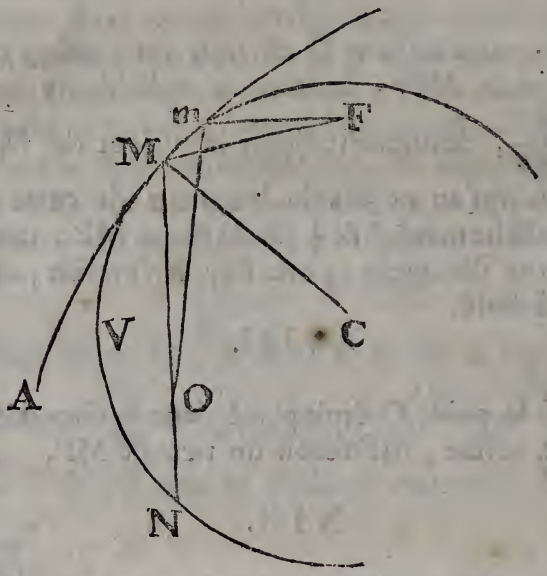
XIX.

Et s'il étoit à une diſtance infinie on trouveroit alors $MF = \frac{1}{4}\,MP$, ainſi qu'on l'a déja vû dans l'article II qui ſe trouve le même cas que celui-ci.

XX.

On peut tirer facilement du Problême précédent la ſolution générale du Problême des cauſtiques par réfléxion pour toutes ſortes de courbes données; car AM étant une courbe quelconque, & O le point radiant, pour trouver la cauſtique par réfléxion de cette

courbe, c'eſt-à-dire la ligne qui touche tous les rayons réfléchis MF, dont les rayons incidents OM partent



du point O, il eſt évident qu'il ſuffira de déterminer pour un rayon incident OM tiré à volonté, le point F de la cauſtique qui eſt la rencontre du rayon réfléchi MF avec ſon ſubſéquent F *m* ; or ſi on fait paſſer par ce point M le cercle oſculateur NVM de la courbe donnée, & que l'on prolonge OM juſqu'à ce qu'il coupe le cercle en N ; il eſt clair que l'on aura par l'article XIV la quantité cherchée $MF = \frac{OM \times MN}{4\,OM - MN}$.

XXI.

XXI.

Si l'on ne veut pas employer dans cette expreſſion la corde MN du cercle oſculateur; mais au lieu de cette quantité le rayon R de ce cercle dont l'uſage eſt plus familier dans les courbes, on mettra à la place de MN, ſa valeur $2\,R\,\mathit{ſin}\,M\,m\,o$, & la formule deviendra par ce moyen $MF = \frac{OM \times R\,\mathit{ſin}.\,M\,m\,o}{2\,OM - R\,\mathit{ſin}.\,M\,m\,o}$.

XXII.

Et ſi on fait comme à l'ordinaire $OM = y$, & $M\,o\,m = d\,x$, cette même expreſſion deviendra $MF = \frac{R\,y\,d\,x}{2\,d\,s - R\,d\,x}$, ou $\frac{y\,dy\,dx}{2\,yds\,d\left(\frac{dx}{ds}\right) + 3\,d\,x\,dy}$ en mettant à la place de R ſa valeur ſi connue $\frac{y\,dy}{d\left(\frac{y\,y\,d\,x}{ds}\right)}$.

CHAPITRE TROISIEME.

Où l'on traite des aberrations qui ſont produites dans les images par la ſphéricité des miroirs & des lentilles, & où l'on donne la comparaiſon de ces aberrations avec celles qui viennent de la différence des réfrangibilités.

I.

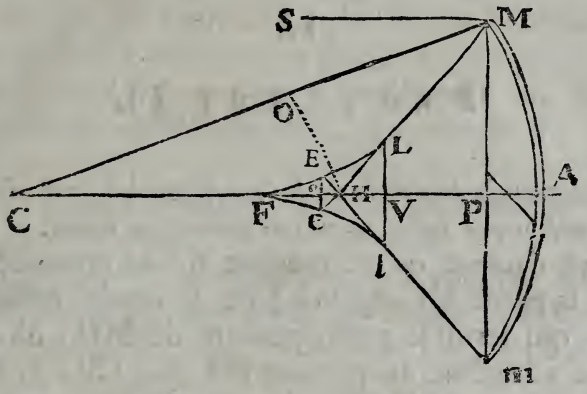
PROBLEME I.

AM repréſentant un miroir ſphérique, on demande à quelle diſtance FH *de ſon foyer* F, *tombent les rayons réfléchis* HM *dont les rayons incidents* SM *ſont paralleles à l'axe* CA *& en ſont peu écartés.*

Soient fait le rayon CM . . . . . $= 1$
Le ſinus M *m* de l'arc AM . . . . . $= x$
Et par conſéquent CP . . . . . $= \sqrt{1 - x^2}$

Les angles MCH & CMH étant égaux par la propriété de la réfléxion, on aura en abaiſſant HO perpendiculaire à CM, CO : CH = CP : CM, ce qui donnera $CH = \frac{1}{2\sqrt{1 - x^2}}$, & parconſéquent pour la quantité cherchée FH, l'expreſſion

$\frac{1}{2\sqrt{1-xx}} - \frac{1}{2}$, puiſque F eſt le foyer abſolu du mi-



roir, ou celui des rayons infinimens voiſins de l'axe CP qui doit être à la moitié de CA.

Pour que l'expreſſion ſuivante qui conviendroit à tous les cas poſſibles d'ouverture du miroir, devienne plus commode dans le cas préſent où l'on ſuppoſe cette ouverture aſſez petite, nous transformerons par la méthode la formule ordinaire, $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, ou $\frac{1}{1-x^2}^{\frac{1}{2}}$ en ſérie, obſervant de ne prendre que les premiers termes, & par ce moyen nous aurons la valeur cherchée de $FH = \frac{1}{4}xx + \frac{3x^4}{16}$, dans laquelle non-ſeulement on a eu raiſon de négliger les termes ſuivants, mais qui pourront même être réduits à $\frac{1}{4}x^2$, à cauſe de l'exceſſive petiteſſe du terme $\frac{3x^4}{16}$, lorſque x eſt

d'une auſſi petite quantité que le ſinus de 1 ou de 2 degrés, arc que l'on donne à peine aux ouvertures des miroirs ordinaires.

II.

PROBLEME II.

On demande la partie de la cauſtique FL *qui répond à l'arc quelconque* AM *du miroir ſphérique donné.*

Il eſt évident qu'en prenant ſur le rayon réfléchi MH, la partie ML égale à $\frac{1}{4}$ de la corde entiere du cercle qui ſeroit le prolongement de MH, où ce qui revient au même en prenant $ML = \frac{1}{2}CP$, L ſera le lieu des rayons réfléchis donnés par les rayons infiniments voiſins & paralleles à SM, & par conſéquent que *l* ſera le point de la cauſtique cherchée répondant au point M de l'arc donné AM.

Il ne s'agit donc plus maintenant que d'exprimer les coordonnées FV & VL qui répondent à ce point, c'eſt à quoi l'on parviendra aiſément de la maniere ſuivante, ajoutant $CF = \frac{1}{2}$, à la valeur $\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{16}x^4$, qu'on vient de trouver pour HF; on aura la valeur de CH ou de HM, de laquelle ſi on retranche $ML = \frac{1}{2}\sqrt{1 - x^2}$, ou (en négligeant les plus hautes puiſſances de x) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{16}x^4$, on aura $HL = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}x^4$.

Or cette valeur de HL à l'aide des triangles ſemblables HLV, HMP donnera facilement la droite LV qui eſt l'ordonnée cherchée, & la droite HV qui ajoutée à FH, forme l'abciſe correſpondante FV;

quant à HM qui doit entrer dans les analogies que fourniſſent ces triangles ſemblables, ſa valeur ou celle de ſon égale CH, vient d'être trouvée $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{16}x^4$, celle de HP ſe trouve tout de ſuite en retranchant CH de CP $= 1 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{8}x^4$, & elle eſt par conſéquent $\frac{1}{2} - \frac{3}{4}x^2 - \frac{5}{16}x^4$; employant ces valeurs ainſi que celle de MP qui eſt x, nous aurons VL $= x^3$, & HV $= \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x^4$, en négligeant les puiſſances de x qui ſeroient trop élevées, & en ajoutant HV à FH, on aura pour l'abciſe cherchée ..... FV $= \frac{3}{4}x^2 - \frac{9}{16}x^4$; on voit par ces expreſſions des coordonnées de la cauſtique en queſtion, que quelque petite que ſoit l'abciſe FV, lorſque l'arc AM à peu de degrés, l'ordonnée l'eſt encore beaucoup davantage, puiſque ſa valeur eſt d'un degré plus élevé.

III.

Qu'on ſuppoſe par exemple que x ou $0,02 = \frac{1}{50}$, ce qui répond à un miroir auquel on donnera 2 °14′ d'ouverture, la valeur de LV ſera alors 0, 000008, & FH, 0,0003 en ſuppoſant qu'on néglige .... $\frac{9}{16}x^4$ ou 0, 00029991, en ne le négligeant pas (& cette petite différence montre combien peu il eſt eſſentiel de ne le pas négliger) puiſqu'elle ſe réduit à environ $\frac{1}{3333}$ du rayon ; donc ſi ce rayon eſt pris de deux pieds, la'bciſe FV la plus grande de la cauſtique pour cette étendue de miroir, ſera de $\frac{1}{3333}$ du rayon ou de 0, 0846 *ligne.*, c'eſt-à-dire moidre de $\frac{1}{11}$ de ligne, & l'ordonnée LV ſera de 0, 002304 *ligne.*, ou environ $\frac{1}{434}$

de ligne, & l'on voit bien que de ſi petites quantités ne peuvent pas nuire beaucoup dans la repréſentation de l'image.

IV.

Quant à la nature de la cauſtique dans cette petite partie que donne l'arc AM, on voit aiſément qu'elle peut être priſe pour une deuxiéme parabole cubique, en négligeant les termes où x aura la quatriéme dimenſion comme on le peut, à moins de pouſſer le ſcrupule juſqu'aux minuties, car dans cette ſuppoſition on auroit pour l'équation de cette courbe $FV = \frac{3}{4} LV^{\frac{2}{3}}$.

V.

Si les droites MLH, *m l* H tangentes des cauſtiques égales FEL, *f e l* & rayons réfléchis par les extrêmités M, & *m* du miroir ſont prolongées juſqu'à ce qu'elles coupent reſpectivement en *e* & en E ces mêmes cauſtiques, & que ſur la ligne E *o e* qui joint E *e* comme diamétre, l'on trace un cercle; il eſt clair que l'eſpace de ce cercle ſera le moindre de tous ceux qui peuvent recevoir tous les rayons réfléchis par le miroir lorſque les rayons incidents ſont paralleles à l'axe, en ſorte que le point *o* ſera le point qu'on pourra prendre avec le moins d'erreur poſſible pour le vrai foyer du miroir, & le cercle E *o e* l'aberration de chaque point de l'image reçûe à cette diſtance, en ſuppoſant l'objet infiniment loin du miroir & perpendiculaire à ſon axe. Il faudra donc ſi on veut avoir une idée juſte du degré de perfection ou d'imperfection

d'un miroir ſphérique, ſçavoir meſurer le diamétre de ce cercle d'aberration; pour y parvenir on nommera z le rapport du rayon oE de ce cercle à LV, ou ce qui revient au même, on nommera $z x^3$, cette ligne par l'équation prédente de la cauſtique FEL, on aura F $o = \frac{3}{4} o E^{\frac{2}{3}}$, ou $\frac{3}{4} z^{\frac{2}{3}} x^2$, & par conſéquent oH qui eſt ..... FH $(\frac{1}{4} x^2)$ — Fo ſera $\frac{1}{4} x^2 - \frac{3}{4} x^2 z^{\frac{2}{3}}$; mais cette droite oH eſt à oE comme HP à PM, ou $\frac{1}{2}$ à x, on a donc l'équation $\frac{1}{2} - \frac{3}{4} z^{\frac{2}{3}} = z$, d'où il eſt aiſé de tirer $z = \frac{1}{8}$, donc le rayon cherché du cercle d'aberration a pour expreſſion $\frac{1}{8} x^3$, c'eſt-à-dire le cube de la demi largeur du miroir diviſé par 8 fois le quarré de ſon rayon; quant à l'eſpace de ce cercle il eſt clair qu'il ſeroit en raiſon directe de la ſixiéme puiſſance de l'ouverture, & inverſe de la quatriéme de ſon rayon.

VI.

Dans l'exemple précédent d'un miroir de deux pieds de rayon & de 2 °14′ d'ouverture ou environ, le rayon du cercle d'aberration ſeroit à peu près $\frac{1}{34772}$ de ligne, c'eſt-à-dire que chaque point de l'objet préſenté à une diſtance comme infinie de ce miroir, au lieu de ſe peindre en un point mathématique, donneroit un point phyſique dont le diamétre ſera $\frac{1}{17336}$ de ligne.

VII.

Comme la réfléxion de la lumiere ne dépend pas

ainſi que ſa réfraction de la couleur du rayon, & qu'elle ne le décompoſe pas non plus ; l'examen précédent ſuffit pour connoître toutes les aberrations qui peuvent ſe trouver dans les images données par les miroirs ; mais celles des images produites par la réfraction des lentilles demandent un double examen, celui qui dépend de la ſphéricité, & celui qui vient de la différente réfrangibilité des rayons. M. Newton qui a le premier reconnu cette cauſe d'aberration, a trouvé qu'elle étoit beaucoup plus conſidérable que la premiere *o* K, a enſeigné dans ſon Optique qu'elle étoit leur proportion, mais il n'a donné que le réſultat de ſon calcul ſans faire part de ſa méthode. Nous allons en donner ici une analiſe, dont la ſimplicité pourra faire plaiſir au Lecteur ; on n'y prendra pour exemple qu'une ſeule lentille, plan convexe, parce que les réſultats ſeront ſuffiſants pour les propoſitions à établir, & que le calcul des autres lentilles compliqueroit le calcul inutilement pour le but que nous avons.

VIII.

LEMME I.

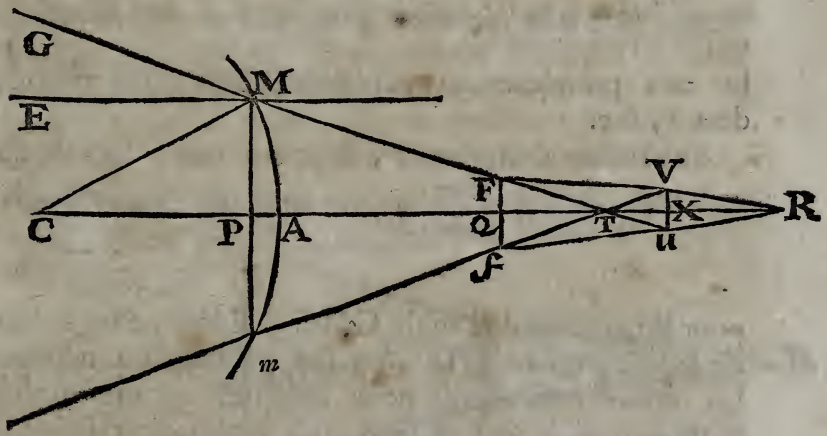
Si la tangente d'un angle A eſt t, & que celle d'un autre angle B ſoit t', la tangente de l'angle égal à l'angle A moins l'angle B ſera $\frac{t-t'}{1+tt'}$, le rayon étant l'unité. Ce Théoreme qui a été employé par pluſieurs Géométres, & entr'autre par Mrs. Clairaut & Euler, n'a pas beſoin d'être démontré ici.

IX.

IX.

PROBLEME.

La lentille plan convexe X *étant préſentée à des rayons* EM *paralleles entr'eux & perpendiculaires à ſa ſurface plane, on demande la cauſtique* FV *touchée par tous les rayons* MF *qui la ſont les réfractés des rayons* EM, *dont la direction n'a point été rompue à la premiere ſurface, mais ſeulement à la ſurface ſphérique* MAM.



Soit fait ..... CA = 1

..... PM = x

La proportion du ſinus d'incidence EMC au ſinus de l'angle de réfraction GMC, celle de n à 1.

Par ce moyen x eſt le ſinus de l'angle d'incidence,

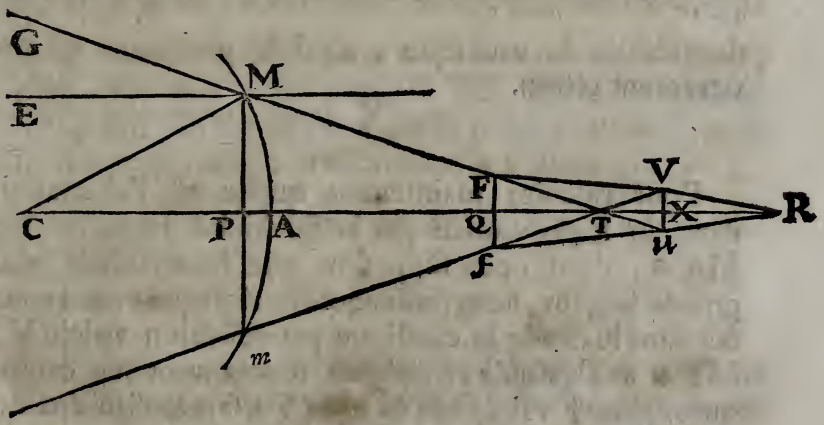
& nx de l'angle de réfraction, donc $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ est la tangente de l'angle d'icidence, & $\frac{nx}{\sqrt{1-n^2x^2}}$, celle de l'angle de réfraction.

Et à cause que x est toûjours supposé une petite quantité, nous mettrons à la place de $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$, sa valeur approchée qui est $x + \frac{x^3}{2}$, & à la place de $\frac{nx}{\sqrt{1-nnxx}}$, la quantité $nx + \frac{n^3x^3}{2}$ qui sont égales aux premieres en négligeant les termes affectés de x^5, &c.

Substituant donc pour t, & pour t' ces deux valeurs dans l'expression $\frac{t-t'}{1+tt'}$, on aura $\frac{n-1.x+\frac{n^3-1.x^3}{2}}{1+nxx}$ pour la tangente de l'angle GMC — EMC, c'est-à-dire de EMC, ou de MTP, en supposant qu'on néglige les termes trop élevés pour apporter aucune erreur sensible dans le cas présent : soit maintenant supposé que le point R soit celui où la caustique cherchée touche l'axe, c'est à-dire le foyer absolu de la lentille plan convexe, on aura par les formules du Chapitre I de cette partie $AR = \frac{1}{n-1}$, soit de plus nommée u, la distance de ce point R au point T où le rayon réfracté MT rencontre l'axe PT ou AR + AP — TR,

sera ainſi $= \frac{1}{n-1} + \frac{xx}{2} - u$, d'où $\frac{PM}{PT}$, où la tangente de l'angle MTP, aura pour valeur . . . . . : $\frac{x}{\frac{1}{n-1} + \frac{xx}{2} - u}$, qui étant égalée à l'expreſſion précédente $\overline{n-1}.x + \frac{\overline{n^3-1}.x^3}{2}$, donnera . . . . . : $\frac{}{1+nxx}$

$x + nx^3 = x + \frac{n-1}{2}x^3 - \overline{n-1}xu + \frac{nn+n+1}{2}x^3$, d'où l'on tire en négligeant ce qui peut être négligé TR ou $u = \frac{nnxx}{2n-2}$.



Mais comme la cauſtique FR qui touche ſon axe RQ en R, peut être priſe pour un arc de la parabole du

même degré qu'elle, il ſuffira de ſçavoir ce degré, pour connoître QR par TR puiſque ces deux lignes ſont en raiſon conſtantes dans toutes les paraboles.

Or QR & QT étant de même ordre que TR, c'eſt-à-dire de l'ordre x^2, QF ſera néceſſairement de l'odre x^3, puiſque MTA eſt un très-infiniment petit angle de l'ordre x; donc la cauſtique en queſtion peut être priſe pour une ſeconde parabole cubique; donc QR ſera triple de TR, & aura par conſéquent pour valeur $\frac{3nnxx}{2n-2}$, & c'eſt la valeur de l'abciſe de la cauſtique cherchée, QT ſera par la même raiſon $\frac{nnxx}{n-1}$; & comme il eſt en même proportion à QF, que PT ou AR à PM, on aura . . . . . $\frac{1}{n-1} : x = \frac{nnxx}{n-1} : nnx^3 = QF$; valeur de l'ordonnée de la cauſtique, ainſi le problême eſt entierement réſolu.

X.

Pour calculer maintenant quelle eſt l'aberration dans le foyer cauſée par la ſphéricité de la lentille MAm, dont nous ſuppoſons que M m ſoit la plus grande largeur, nous prolongerons ainſi que nous avons fait dans le cas de la cauſtique par réfléxion article V, MT & mT juſqu'à ce qu'elles rencontrent les cauſtiques égales FVR, fuR & alors V u ſera le diamétre du plus petit cercle dans lequel ſe réuniſſent les rayons de la lentille, c'eſt-à-dire le centre du cercle d'aberration Quant à la meſure de ce diamétre, il eſt aiſé de prou-

ver qu'elle eſt la huitiéme partie de Ff, & la démonſtration qu'on a employée pour la cauſtique par réfléxion article V, auroit également lieu ici; on peut encore s'en aſſûrer de la maniere ſuivante, ſuppoſant qu'en effet $V u = \frac{1}{8} Ff$, il en ſuit que $TX = \frac{1}{8} QT$, & partant $= \frac{1}{12} QR$, puiſque $QT = \frac{2}{3} QR$; mais ſi $TX = \frac{1}{12} QR$, XR ſera $\frac{1}{4} QR$; & ſi le point V eſt à la deuxiéme parabole cubique FVR, il faut que $QR^3 : QF^2 = RX^3 : VX^2$, c'eſt-à-dire . . . . . $QR^3 : QF^2 = \frac{1}{64} QR^2 : \frac{1}{64} QF^2$, donc &c. *c. q.f. d.*

XI.

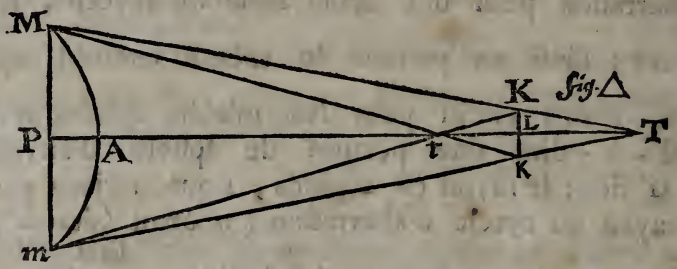
Donc en reprenant les mêmes dénominations que dans le problême précédent IX, le rayon du cercle d'aberration pour une ſeule ſorte de rayons, ſera $\frac{nn}{8} x^3$; ainſi en prenant le même exemple que nous avons choiſi pour les miroirs ſphériques, c'eſt-à-dire une portion de ſphere d'environ 2° 14′ dont le rayon eſt 2 pieds, nous aurions pour le rayon du cercle d'aberration (n étant fait $= \frac{3}{2}$)

$\frac{9}{32} \times \frac{1}{125000} \times 288$ lignes, c'eſt-à-dire 0, 000648, ou $\frac{1}{3543}$ de ligne. *ligne.*

XII.

Afin de comparer maintenant l'aberration produite dans les images, par la différence de réfrangibilité avec celle qu'on vient de calculer donnée par la ſeule ſphéricité, nous nommerons n la réfraction des rayons rouges les moins réfrangibles de tous, & m celle des

rayons violets qui le ſont le plus ; & ſuppoſant en ce cas que tous les rayons d'une même couleur ſe réuniſſent au même foyer, ſuppoſition qui eſt vraie pour les lentilles infiniment petites & ſuffiſamment exactes, ainſi que nous venons de nous en aſſurer pour celles qui ſont ſimplement très-petites, nous aurons par les formules du Chapitre premier, les foyers T & t de ces deux couleurs, & par conſéquent leurs diſtances qui ſera $\frac{1}{n-1} - \frac{1}{m-1} = \frac{m-n}{n-1.m-1}$, & en prolongeant les rayons mt, Mt juſqu'à ce qu'ils rencontrent les rayons MT, mT, il eſt évident que Kk ſera le diamétre du plus petit cercle d'aberration ; or à



cauſe de la petiteſſe de l'angle tMT, on pourra regarder LT comme la moitié de Tt, d'où l'on aura KL par cette propoſition . . . . . .

$$PT\left(\frac{1}{n-1}\right) : PM\ (x) = TL\left(\frac{m-n}{2.n-1.m-1}\right) : KL,$$

dont la valeur ſera ainſi $\frac{m-n.x}{2.m-1}$.

Donc le défaut qui vient de la ſphéricité des verres, eſt à celui que produit la différence de réfrangibilité, comme $\frac{nn}{8} x^3 : \frac{m-n}{2m-1} \cdot x$, ou comme .... $nnxx : \frac{4 \cdot m-n}{m-1}$ en ſuppoſant que les rayons d'une ſeule couleur que l'on employeroit dans le premier cas fuſſent les rouges, & cette proportion ſeroit celle de $\frac{n+m\ x^2}{4}$ à $\frac{4\ m-n}{m-1}$, ſi l'on vouloit que les rayons admis dans le cas d'une ſeule réfrangibilité fuſſent ceux de la réfrangibilité moyenne entre les rouges & les violets, ſuivant les expériences de M. Newton; n rapport du ſinus d'incidence & de réfraction pour les rayons rouges eſt 1, 54, & m celui des rayons violets eſt 1, 56, ainſi que nous l'avons déja dit, premiere Partie, Chapitre 2, Article XIII. Subſtituant donc ces valeurs dans la proportion précédente, elle deviendra celle de $(1,55)^2\ x^2$ à $\frac{4 \times 0,02}{0,56} = \frac{1}{7}$, ou de $16,8175\ x^2$ à 1; ainſi l'on voit que lorſque l'ouverture x de la lentille ſera une très-petite quantité, comme elle ne manque pas de l'être, l'aberration cauſée par la ſphéricité ſera très-petite en comparaiſon de celle qui vient de la différence de réfrangibilité.

XIII.

Et la petiteſſe de cette proportion, ſera proportio-

nelle au quarré de l'ouverture de la lentille.

XIV.

Si l'on ſuppoſe comme nous avons fait dans le cas du miroir que x ſoit $\frac{1}{50}$, c'eſt à-dire que la portion de ſphere occupée par la lentille d'environ 2° 15′, nous aurons pour la proportion précédente celle de $\frac{16,8175}{2500}$ à 1, ou celle de 6727 à 1000000, c'eſt-à-dire qu'en ce cas l'aberration dûe à la ſphéricité, ne ſeroit qu'environ la 148ᵉ partie de celle qui ſeroit produite par la différence de réfrangibilité.

Ainſi dans toutes les images données pour des lentilles de verre, on néglige l'aberration qui vient de la ſphéricité, & l'on ne fait attention qu'à celle que produit la différence de réfrangibilité; quant à la meſure de cette aberration elle eſt donnée par la petite ligne KL qu'on vient de calculer, & l'on voit par ſa valeur $\frac{m - nx}{2m - 1}$, qu'elle eſt proportionelle à l'ouverture de la lentille.

XV.

Cette expreſſion de KL que nous n'avons trouvée dans l'article XII, que pour les lentilles plans convexes, ſeroit également applicable aux lentilles ordinaires compoſées de deux ſurfaces ſphériques égales & ſemblables, car en ce cas PT & TL étant chacune doubles de ce qu'elles étoient dans l'article XII, KL ſeroit de même valeur.

XVI.

XVI.

En ſubſtituant dans la valeur précédente pour m & n les valeurs 1,54 & 1,56 données dans l'article XII, cette formule $\frac{m-nx}{2(m-1)}$, ſe réduira à $\frac{1}{56}x$, qui apprend donc que le rayon du cercle d'aberration que chaque point de l'objet donne dans ſa peinture au foyer de la lentille, eſt égal à $\frac{1}{56}$ de la largeur de cette lentille ; & comme le remarque M. Newton, il eſt étonnant qu'avec un ſi grand écartement de rayons on ne voye pas l'image beaucoup plus confuſe qu'elle ne le paroît. La raiſon qu'il en donne eſt fort ſenſible, c'eſt que quoique le cercle d'aberration qui tient lieu de l'image d'un ſeul point ſoit de cette étendue, lorſqu'on embraſſe tous les rayons dont la Lumiere eſt compoſée ; il y a une partie de ces rayons dont l'effet eſt ſi foible, qu'on peut n'y faire pas d'attention, en ſorte que s'arrêtant aux foyers extrêmes des couleurs les plus fortes, leur milieu eſt beaucoup moins éloigné des extrêmités, & le vrai cercle d'aberration compoſé des places où aboutiſſent les rayons les plus vifs, ſe trouvent conſidérablement diminués.

CHAPITRE QUATRIEME.

Des Arcs-en-Ciel.

I.

TOut le monde ſçait que la cauſe des Arcs-en-Ciel * n'eſt autre choſe que la réfraction des goutes de pluye dont chacune fait le même effet que le

*En donnant la Théorie de l'Arc-en-Ciel & l'explication Phyſique de ce Phénomene dans les principes adoptés des Phyſiciens d'après l'expérience, l'on n'a point prétendu en faire remonter la premiere apparition au-delà du tems où Moyſe nous apprend que Dieu poſa ſon ſigne dans les nuages. Je mettrai mon arc dans les nues, dit le Seigneur, par ces paroles de la Geneſe, Chapitre 8. ℣. 13. *Arcum meum ponam in nubibus & erit ſignum fœderis inter me & inter terram.* (A) Dom Calmet obſerve à l'interprétation de ce paſſage, comme on peut en juger par ſes paroles, qu'il doit y avoir eu des Arcs-en-Ciel avant le déluge ; mais ce n'eſt point aux hommes à fixer de pareilles époques quand la lettre de l'Ecriture eſt auſſi claire, outre la poſition différente de la terre dont parle le Sçavant Bénédictin, poſition qu'on ne peut admettre d'après l'Ecriture, la propriété réfringente de l'eau pouvoit avoir été ſuſ-

GENESE.

(A) *Commentaire de Dom Calmet. Je mettrai mon Arc dans les nues. L'Hébreu & les Septantes. Je mets mon Arc, &c. Ce qui ſemble inſinuer qu'auparavant il n'y étoit point ; mais à moins que la terre n'ait été dans une ſituation à l'égard du Soleil, différente de celle où elle eſt aujourd'hui, on ne peut défendre ce ſentiment, l'Arc-en-Ciel paroiſſoit néceſſairement, &c.*

priſme, en ſéparant les différentes couleurs qui compoſent les rayons du Soleil, une boule de verre pleine d'eau ſuſpendue à un luſtre, a donné la premiere idée de l'explication de ce Phénomene, ayant le dos tourné au Soleil & étant placé à un certain point du vertical qui paſſe par la boule & le Soleil; on voit dans la direction de ſon œil à la boule une image colorée qui reſſemble exactement à une petite tranche de l'Arc-en-Ciel, il étoit donc aiſé de penſer après une telle obſervation, que l'air étant rempli pendant la pluye de petits globules de même nature que la boule du luſtre, c'eſt-à-dire tranſparentes & réfléchiſſantes, tous ceux de ces globules qui étoient dans la même poſition par rapport à l'œil & au Soleil, devoient donner chacun une pareille image, & que la réunion des images devoit former une bande circulaire ayant l'œil pour ſon centre; mais s'il étoit aiſé avec une connoiſſance ſuperficielle de l'Optique, de ſçavoir à quoi attribuer un tel Phénomene, il ne l'étoit pas également d'en déterminer toutes les circonſtances, comme de ſçavoir à quelle hauteur l'Arc-en-Ciel doit paroître lorſque celle du Soleil eſt donnée, pour quoi on n'en voit point lorſque le Soleil eſt à une certaine hauteur; quelle étendue doit avoir l'Arc-en-Ciel lorſque ſa hauteur eſt donnée? Quelle diſtance il doit y avoir entre le premier Arc-en-Ciel & le ſecond; en

pendue par le doigt de Dieu juſqu'au moment du déluge; il peut n'être point tombé de pluye, où elle a pû ne tomber que dans certaines circonſtances; enfin ſans parcourir ici l'immenſe eſpace des poſſibilités, qu'il nous ſuffiſe d'avoir été poſitivement inſtruits par les Livres ſacrés ſur la premiere apparition du Phénomene, comme il nous ſuffit à préſent de connoître la Théorie de la réfraction pour l'expliquer.

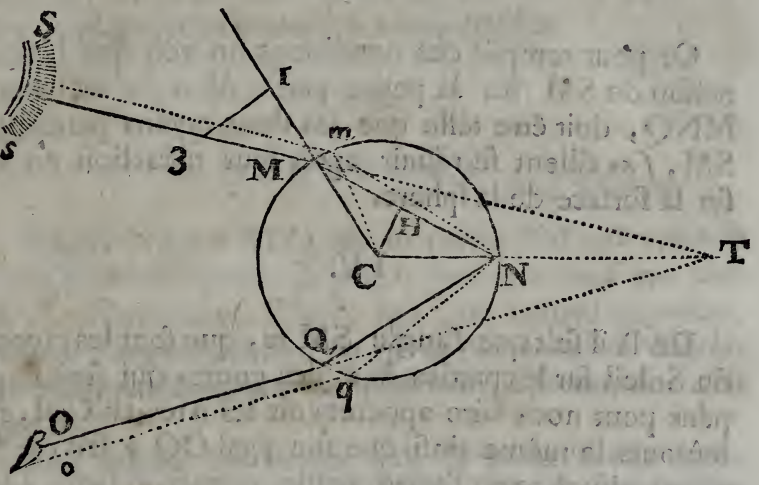
nn mot la Géométrie & une Géométrie assez étendue étoit nécessaire pour embrasser toutes les circonstances de cette question. Descartes en saisit une partie, Newton n'en a laissé échaper aucune essentielle, & a donné une derniere main à la matiere; mais Newton en cette occasion, ainsi qu'il l'a fait en beaucoup d'autres, comme s'il avoit apperçû intuitivement la vérité des propositions qu'il a énoncées, n'en a point donné les démonstrations; j'ai donc pensé qu'il seroit utile de donner ici une solution analytique des différents problêmes qu'il a dû résoudre, pour arriver aux résultats qu'il a donné.

Avant de passer à l'examen de ces Problêmes, il est nécessaire d'exposer le principe Physique sur lequel ils sont tous fondés de maniere que l'on n'ait plus besoin que du secours de l'Analise pour les résoudre.

II.

Représentons-nous donc une goute d'eau de pluye MNQ, à laquelle nous supposons la forme sphérique, qui est celle qu'elle doit avoir en effet toutes les fois qu'elle ne touche à aucun corps dont l'attraction puisse agir sur elles, & cherchons le chemin que font les rayons du Soleil en traversant cette goute d'eau pour aller à l'œil : on voit aisément que les rayons SM, *sm* qui viennent parallelement du Soleil tombant en M sur cette goute, se rompent suivant la loi ordinaire de la réfraction de l'eau, & vont frapper en N la partie concave de la même goute, qu'ils sont alors réfléchis du point N au point Q, où rencontrants

une troiſiéme fois la ſurface ſphérique de la goute d'eau, ils ſe rompent & arrivent ſuivant la direction



QO à l'œil du ſpectateur qui rapporte alors à quelque point de la direction OQ prolongée l'image qu'il reçoit, comme l'œil ne peut être affecté ſenſiblement par un ſeul rayon de Lumiere ; mais qu'il faut que le faiſſeau de rayons paralleles qui tombent ſur le petit arc M *m* de la goute puiſſe arriver en entier en *o*, & que le diamétre de cette goute, eu égard à ſa diſtance eſt comme nul, il faut donc que non-ſeulement le rayon SM après ſa premiere réfraction en N, ſa réfléxion en N, & ſa ſeconde réfraction en Q, acquiere une direction qui paſſe par l'œil, mais que le rayon parallele & infiniment pro-

che SM, après avoir ſubi les mêmes inflections, ait en *q* une direction *oq* parallele à OQ.

III.

Or pour remplir ces conditions on voit que l'inclinaiſon de SM ſur la petite partie M*m* de la ſphere MNQ, doit être telle que les deux rayons paralleles SM, *ſm* aillent ſe réunir après leur réfraction en N ſur la ſurface de la ſphere.

IV.

De-là il ſuit que l'angle SM *m*, que font les rayons du Soleil ſur les parties M*m* des goutes qui ſont frappées pour nous faire appercevoir les Arcs-en-Ciel, eſt toûjours le même ainſi que ſon égal OQ *q* fait par le rayon viſuel avec l'autre partie correſpondante Q *q* de la même goute, & que de plus l'angle que les rayons du Soleil SM font avec les rayons viſuels OQ, ſont toûjours les mêmes dans tous les arcs-en-Ciel.

V.

Le ſecond Arc-en-Ciel concentrique au premier qu'on apperçoit quelquefois, n'eſt pas produit par des rayons qui ont tombé ſur le même petit arc infiniment petit de la goute, que celui que demandoit le premier Arc-en-Ciel, mais ſur un autre petit Arc tel que les deux rayons paralleles qui ont tombé ſur cet Arc après avoir ſubi chacun une premiere réfraction, deux ré-

fléxions consécutives de la concavité de la sphere, & une deuxiéme réfraction en sortant de cette sphere, arrivent à l'œil encore parallelement, & de même de tous les Arcs-en-Ciel qu'on appercevroit à l'infini si les couleurs n'en étoient pas trop foibles.

VI.

PROBLEME.

Trouver l'angle STO *que les rayons* SM *qui tombent du Soleil sur les goutes de pluye, font avec ceux qui vont de ces mêmes goutes à l'œil, ou ce qui revient au même, trouver l'angle constant, qui est la somme de la hauteur du Soleil sur l'horison & de la hauteur du sommet de l'Arc-en-Ciel.*

Soit abaissé du centre *c* de la goute sur la corde MN qui est le rayon réfracté de SM la perpendiculaire CH ; soit ensuite pris sur SM, BM égale au rayon CM & abaissé de B sur CM, prolongée la perpendiculaire BI ; enfin soient faites le rayon CM ou la droite BM son égale . . . . . $= r$

La perpendiculaire BI. . . . . $= x$

Le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction en passant de l'air dans l'eau. . . . . $= \frac{m}{n}$

Ce qui rendra la valeur de la perpendiculaire CH à MN. . . . . $= \frac{mx}{n}$

Il est évident maintenant que le

rayon BM étant parallele à ſon ſubſéquent fm, la différentielle de l'angle BMI, eſt exprimée par . . . . . $\frac{dx}{\sqrt{r^2 - x^2}}$

Et l'angle MC m eſt le double de la différentielle de l'angle dont le ſinus eſt MH, ou dont le ſinus verſe eſt CH . . . . . $= \frac{mx}{n}$

On aura donc . . . . . $\frac{dx}{\sqrt{r^2 - x^2}} = \frac{\frac{2m}{n} dx}{\sqrt{r^2 - \frac{m^2 n^2}{n^2}}}$,

d'où l'on tire $n^2 r^2 - m^2 x^2 = 4 m^2 r^2 - 4 m^2 x^2$, ou $x = r \frac{\sqrt{4mm - nn}}{m\sqrt{3}}$, par le moyen de laquelle on connoîtra l'angle BMI, & par lui l'angle HMC, & enfin l'angle cherché MTQ, car cet angle . . . . . MTQ = 4 HMC — 2 OMI, ſi on ſuppoſe $m = 3$ & $n = 4$, ce qui convient à la réfraction moyenne de l'eau, on aura MTQ d'environ 42°.

VII.

On tire de là qu'on ne peut voir d'Arc-en-Ciel, à moins que la hauteur du Soleil, ne ſoit moindre de 42°, & que l'angle ſous lequel on verra le point le plus haut de l'Arc-en-Ciel, ſera l'excès de 42° ſur la hauteur du Soleil.

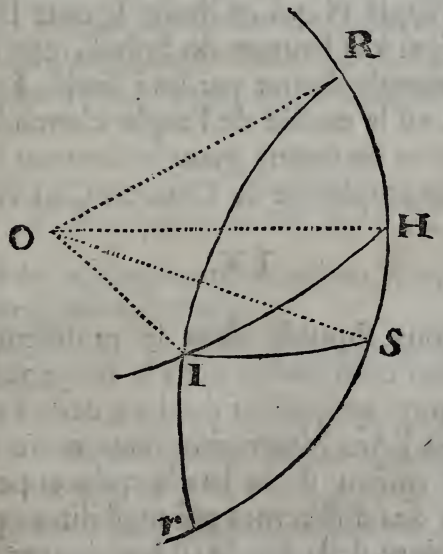
VIII.

VIII.

PROBLE'EME II.

La hauteur du Soleil étant donnée, trouver l'emplitude ou le nombre de degrés contenus dans l'Arc-en-Ciel, ainſi que celui qu'en contient la baze ou l'Arc, ſuivant lequel on voit ſes deux extrêmités dans l'horiſon.

Que *o* repréſente l'œil du ſpectateur ou le centre de l'horiſon, RI le demi Arc-en-Ciel HOI, la moitié



de l'angle horiſontal qui meſure ſa baze; OS une pa-

rallele aux rayons du Soleil menée dans le vertical ROH qui paſſe par le ſommet R de l'Arc-en-Ciel, en décrivant autour de cette droite OS comme axe, un cone dont le ſommet ſoit en O, & dont l'angle ſoit de 42°, je dis que l'Arc RI du cercle qui eſt la ſection de ce cone & de la ſphere, exprimera l'emplitude de l'Arc-en-Ciel; pour le prouver il ſuffit de faire voir que tous les rayons tirés de O à ce cercle RI, font un angle de 42° avec les paralleles à OS, c'eſt-à-dire avec les rayons du Soleil, ce qui eſt viſible. Cela poſé rien n'eſt plus facile que de calculer l'angle ſous lequel on voit les deux extrêmités de l'Arc-en-Ciel, car il ſuffit de réſoudre le triangle ſphérique HSI, dans lequel on connoît l'angle H qui eſt droit, le côté HI de 42°, & l'arc SH égal à la hauteur du Soleil, car la réſolution de ce triangle donne par une ſeule Analogie le côté HI qui eſt la moitié de l'angle cherché.

La réſolution du même triangle donnant l'angle S, on a la demie emplitude de l'Arc-en-Ciel IR.

IX.

Nous avons ſuppoſé dans le problême *n* à *m*, dans le rapport convenable pour la moyenne réfrangibilité des rayons qui paſſent de l'air dans l'eau, de-là il réſulte que l'Arc déterminé dans notre ſolution, n'eſt que le milieu de la bande qu'occupe l'Arc-en-Ciel à cauſe des différentes réfrangibilités; pour avoir la largeur entiere de la bande; il faut donner à *n* toutes les valeurs qu'elle a dans chacune de ces couleurs, & ſuppoſer à la hauteur du Soleil une variation d'environ

un demi degré que demande la largeur de ſon diſque, dont tous les points donnent chacun des Arcs-en-Ciel, nous laiſſons le détail de cette opération qui eſt fort facile à ceux qui voudront prendre la peine de la faire; mais il eſt d'autant moins important que la foibleſſe des couleurs voiſines du bord de l'Arc-en-Ciel, rend très-incertaine la meſure de ſa longueur pour la prendre par obſervation.

X.

Quant à l'ordre des couleurs il eſt aiſé de voir que celles dont la réfraction eſt la plus forte, ſeront les plus baſſes dans l'Arc-en-Ciel, puiſque lorſque n augmente, l'angle BMI dont le ſinus eſt x diminue, & par conſéquent l'angle MTC ou MTO de la figure du Problême I, ou l'angle ROS du Problême II.

XI.

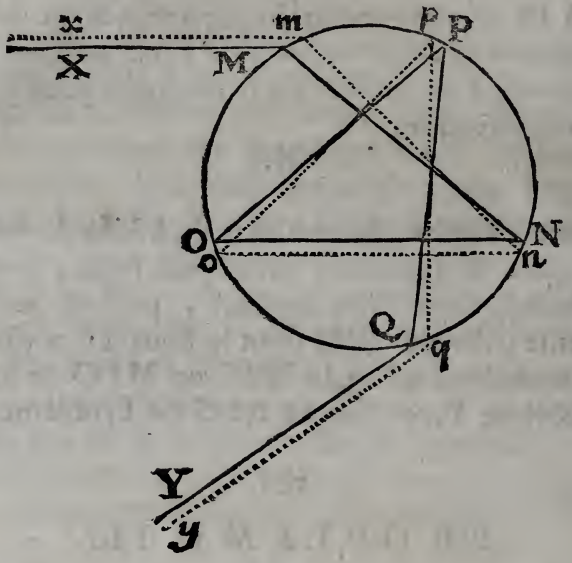
PROBLEME III.

Trouver les dimenſions du deuxiéme, troiſiéme & quatriéme Arc-en-Ciel à l'infini.

Soient XM, $x\,m$ deux rayons infiniment proches venant du Soleil.

Les deux rayons étant rompus, l'un en MN & l'autre en $m\,n$, & réfléchis enſuite autant de fois qu'on voudra en No, oP, PQ & $n\,o$, $o\,p$, $p\,q$, &c. ſortiront enfin en éprouvant une ſeconde réfraction égale à la premiere, c'eſt-à-dire que les angles PQY, $p\,q\,y$ ſeront égaux aux angles XMN, $x\,m\,n$. Il eſt évident préſentement que $Oo = Mm - 2Nn$, car cela ſuit

de ce que MN = ON & $m\,n = o\,n$, de la même façon on trouvera que l'Arc P p ſera 2 M m — 3 N n, &c.



Q q = 3 M m — 4 N n ; d'où en général après un nombre p de réfléxions, l'Arc Q q que nous ſuppoſons dans cette figure être le dernier, ſera .... p . M m — $\overline{p+1}$ N n.

Mais ſi l'on veut que les rayons en ſortant de la goute d'eau pour rentrer dans l'air ſoient paralleles entr'eux, ainſi que cela doit arriver pour que l'on puiſſe voir un Arc-en-Ciel, je dis qu'il faut que l'Arc Q q ſoit égal à l'Arc M m, & que de plus le diamé-

tre que l'on peut imaginer paſſer perpendiculairement au milieu de la corde MQ, doit couper toute la figure en deux parties égales & ſemblables, car puiſque les rayons incidents paralleles XM, $x\,m$ doivent être paralleles, ainſi que les rayons émergents YQ $y\,q$, & faire les mêmes angles d'incidence XMN & de divergence YQP, il n'y a aucune raiſon qui diſtingue l'un de l'autre, les deux moitiés de cette figure coupées par le diamétre qui eſt également placé par rapport à M & à Q.

Donc pour qu'il y ait un Arc-en-Ciel il faut que $p \times \mathrm{M}m - p + 1 . \mathrm{N}n = \mathrm{M}m$, ou ce qui revient au même, il faut que $\frac{p-1}{p+1} \times \mathrm{M}\,m = \mathrm{N}\,n$; pour trouver maintenant ſous quel angle d'incidence le rayon doit frapper le cercle, nous ferons comme dans le Problême I.

CM ou BM . . . . . $= r$

BI ſinus d'incidence pour ce rayon. . . . . $= x$

CH ſinus de réfraction . . . . . $= \frac{m\,x}{n}$

d'où la différentielle de l'arc MN ſera . . . . . $= \frac{2\,m\,r\,dx}{n\sqrt{r^2 - \frac{m^2\,x^2}{n^2}}}$

Mais la différentielle de l'Arc . . MN $= \mathrm{M}m - \mathrm{N}n$ ou bien $= \mathrm{M}\,m - \frac{p-1}{p+1} \times \mathrm{M}\,m$, ou $\frac{2}{p+1}\,\mathrm{M}\,m$ par l'équation précédente, donc . . . . . .

$\frac{2mrdx}{n\sqrt{rr-\frac{m^2x^2}{n^2}}} = \frac{2}{p+1}$ M m ; de cette équation on tire $Mm = \frac{p+1\ mrdx}{\sqrt{r^2n^2-m^2x^2}}$ qui étant égalée à $\frac{rdx}{\sqrt{rr-xx}}$ la valeur de M m à cause de ce petit Arc, mesure la différentielle de l'angle BMI, attendu le parallélisme de BM, b m, on aura $\frac{rdx}{\sqrt{rr-xx}} = \frac{p+1\ mrdx}{\sqrt{nnrr-mmxx}}$, qui donne $x = \frac{r}{m}\sqrt{\frac{2}{p+1}nn-nn}{2p+pp}$, d'où le problême est résolu.

TRAITÉ D'OPTIQUE;

De la vision, soit à l'œil nud, soit à l'aide des lentilles, lunettes d'approche, microscopes, &c.

TROISIEME PARTIE.

THÉORIE DE LA LUMIERE.

CHAPITRE PREMIER.

Sur l'œil & sur la maniere dont se fait la vision.

I.

ON peut construire un œil artificiel assez bon, en plaçant un hémisphere transparent ABC, (Fig. 1.) pour représenter la partie antérieure de l'œil, & un autre concentrique D *q* E opposé au premier pour en représenter le fond, rendant

le demi diamétre O *q* du dernier, triple du demi diamétre OB du premier, & rempliſſant d'eau la capacité de ces deux vaſes ; par ce moyen les rayons de Lumiere qui partent des points PQR, &c. d'objets éloignés, ſe réuniront après la réfraction à la ſurface ABC, en autant d'autres points *p*, *q*, *r*, de la cavité D *q* E, & y peindront une image ; & parce que la ſurface ſphérique ne réunit pas tous les rayons d'un faiſſeau fort ouvert en un ſeul point, mais ſeulement ceux qui ſont fort voiſins de l'axe, on pourra remédier à cette inperfection en couvrant la baſe AC du plus petit hémiſphere, de maniere à n'y laiſſer qu'un trou de peu d'étendue vers le centre O, ce qui convient beaucoup mieux au but propoſé, que ſi la ſurface entiere étoit couverte à un petit trou près laiſſé dans le milieu B ; car dans ce dernier cas la ſurface AB *c* ne recevroit pas des rayons des points latéraux PR ſi directement qu'elle en reçoit du milieu de l'objet, au lieu que quand le trou eſt laiſſé au centre O, les rayons viennent de tous les côtés de la même maniere.

II.

Quoique cette conſtruction de l'œil ne ſemble pas trop imparfaite à la premiere inſpection, nous allons voir dans le moment que l'Auteur de la Nature en a varié quelques circonſtances pour la rendre plus parfaite, & y en a ajouté d'autres abſolument néceſſaires, quoique nous ne puiſſions appercevoir dans tous les détails la ſageſſe de ſes vûes ; il y a quelques circonſtances trop frappantes pour nous échapper. 1°. Il n'a

n'a pas voulu faire uſage de l'hémiſphere entier antérieur AB*c*; mais il en a retranché la partie moyenne, il en a diminué aſſez ſenſiblement les côtés, ſans cependant diminuer l'étendue du champ qui peut être embraſſé d'une ſeule vûe, la raiſon de cela c'eſt qu'en tendant intérieurement les tranchants du plus grand hémiſphere vers D & E, la forme de l'œil en devient plus ronde & plus commode pour ſon mouvement en tout ſens dans la cavité qui le renferme; il lui a donc donné la forme que l'on voit dans la Figure 2, laquelle répréſente un œil humain coupé par ſon axe.

III.

Dans cette Figure, AB*e* repréſente l'enveloppe tranſparente appellée la Cornée; le reſte ATY*c* eſt opaque, & une portion d'une plus grande ſphere; au-dedans de cette enveloppe extérieure, les Anatomiſtes en diſtinguent deux autres, la plus intérieure deſquelles eſt nommée la rétine, parce qu'elle eſt ſemblable à un raiſeau compoſé de fibres très-fines du nerf Optique YVT tiſſus enſemble, & elle eſt blanche vers les parties *p*, *q*, *r*, au fond de l'œil.

La cavité de l'œil n'eſt pas remplie d'une ſeule liqueur, mais de trois différentes ſortes; celle qui eſt contenue dans l'eſpace extérieur ABCOEGFDO, eſt appellée humeur aqueuſe, étant parfaitement fluide ainſi que l'eau. La ſeconde liqueur contenue dans l'eſpace intérieur E*p q r* DFG eſt un peu plus denſe, & eſt à peu près ſemblable à du blanc d'œuf, elle eſt appellée l'humeur vitrée. La troiſiéme humeur

FG à la forme d'une lentille de convéxité inégale, elle eſt placée entre les deux premieres & attachées aux enveloppes voiſines par des filets étendus tout autour, on l'appelle humeur criſtalline, ſa conſiſtance eſt auſſi ferme qu'un blanc d'œuf bouilli, mais elle eſt auſſi tranſparente que les deux autres, & elle différe d'elles par ſa force réfractive qui eſt plus conſidérable; ce qui fait que les rayons qui viennent des points PQR ayant reçû un degré de convergence par la réfraction de la cornée ABC, ſont rendus encore plus convergents par les autres réfractions qui ſe font à la ſurface du criſtallin FG, en ſorte qu'en ſe réuniſſant en autant de points *p*, *q*, *r* ſur la rétine, ils repréſentent les points PQR de l'objet duquel ils viennent; & peut-être que les rayons ſont ainſi dirigés par ces ſecondes réfractions vers le criſtalin, ainſi qu'il le faut vers la cavité *p q r* deſtinée à les recevoir, puiſque ſans cela il auroit été compoſé d'une partie plus conſidérable de ſphere, ſuivant le deſſein de l'œil artificiel de la figure précédente.

IV.

La lentille FG étoit d'un plus grand uſage encore à un autre égard; ſçavoir, en aidant l'œil à prendre de lui-même la forme néceſſaire pour voir diſtinctement les objets à toute ſorte de diſtance, ce qui ne pouvoit pas avoir lieu dans la conſtruction de l'œil artificiel.

Il y a deux moyens de faire cette opération par le ſecours de la lentille FG, pour voir les objets qui ſont

à la portée de la main, l'un en faiſant avancer le criſtalin plus près de la cornée extérieure, l'autre en augmentant la convéxité, & peut-être ces deux moyens ſont-ils employés tous les deux à la fois. Le mouvement du criſtallin vers la cornée peut-être produit par la preſſion des muſcles contre les côtés de l'œil, & conſéquemment contre l'humeur vitrée; mais ſi le criſtallin change de forme & devient plus rond pour appercevoir les objets voiſins, les filaments DF, EG qui lorſqu'ils ſont tendus ſervent à l'applatir, peuvent fort bien être relâchés par la preſſion latérale dont nous venons de parler, & il eſt poſſible que ces deux opérations ſe faſſent ainſi en même-tems.

Le trou où la pupille O n'eſt pas placée au centre de la cornée ABC comme dans l'œil artificiel, mais un peu plus près à ſa partie antérieure; la raiſon en eſt incertaine, à moins que ce ne ſoit afin de contribuer encore à faire coincider les images avec la cavité de la rétine (dans toutes leurs parties) laquelle autrement auroit dû être une portion d'une plus grande ſphere.

V.

Le diamétre AY de la ſphere de l'œil, eſt d'environ un pouce (pied du Rhein, & le diamétre de l'extérieur de la cornée, eſt d'environ trois cinquiémes de pouces, la largeur de la pupille O n'a pas de meſure conſtante; mais elle dépend de l'intenſité de la Lumiere qui tombe ſur l'œil, & qui eſt d'autant plus grande ou d'autant plus petite que cette Lumiere eſt moins ou plus vive; elle ſe contracte auſſi lorſque

nous regardons un objet de près & que nous faisons quelqu'effort pour le voir distinctement, sa construction a cet admirable avantage que sa grandeur change, & sa rondeur n'en est point altérée.

VI.

Cette description de l'œil & de la cause de la vision est confirmée par cette observation que lorsqu'on a enlevé du fond de lœil cette enveloppe extérieure & la plus épaisse appellée la dure mere; on peut voir au travers des enveloppes les plus minces, les peintures des objets qui y sont vivement représentées, & ces peintures propagées par le mouvement le long des fibres des nerfs optiques jusqu'au cerveau, sont la cause de la vision, car suivant que les peintures sont parfaites ou imparfaites, l'objet est vû parfaitement ou imparfaitement. Si par exemple l'œil est affecté de quelque couleur (comme dans la maladie de la jaunisse) assez sensiblement pour teindre de cette couleur les peintures qui se font sur la rétine, alors tous les objets paroîtront teints de la même couleur.

VII.

Si les humeurs de l'œil (Fig. 3 & 4) se dessechent de maniere qu'en se resserrant elles tendent la cornée & l'enveloppe du cristalin & le rendent plus plat qu'il n'étoit d'abord, la Lumiere ne sera plus réfractée suffisamment, & par ce défaut de réfraction ne convergera plus au fond de l'œil mais un peu plus loin, & l'objet pa-

roîtra d'autant plus confus que l'image faite ſur la rétine ſera moins diſtincte. C'eſt là la raiſon du défaut de la vûe commun aux vieillards, & ce qui explique comment leur vûe peut être corrigée par les lunettes; les vers convexes ſuppléent au défaut de rondeur de l'œil, & en augmentant la réfraction, ils obligent les rayons à converger plutôt & à ſe réunir ſur le fond de la rétine ſi la convéxité du verre eſt priſe convenablement.

VIII.

Le contraire arrive aux myopes (Fig. 5 & 6) c'eſt-à-dire à ceux qui ont la vûe courte, & dont les yeux ont trop de rondeur, car la réfraction étant alors trop conſidérable, les rayons convergents & ſe réuniſſent avant qu'ils arrivent au fond de l'œil, & pour lors ni la peinture faite ſur la rétine, ni la viſion qui en réſulte ne peut être diſtincte, à moins que l'objet ne puiſſe être aſſez voiſin de l'œil, pour que les rayons convergents atteignent le fond de l'œil, ou que le trop de rondeur de l'œil ne ſoit corrigé par un verre convexe qui ait la courbure néceſſaire pour faire diverger ces rayons, de maniere à ne ſe rencontrer que ſur la rétine, ou enfin quand par l'âge les yeux deviennent aſſez applatis pour acquérir la figure des yeux bien conformés : les myopes voyent mieux les objets éloignés dans leur vieilleſſe, & ſont à cauſe de cela regardés comme ayant la vûe la plus durable.

En déterminant la grandeur des peintures faites ſur la rétine (Fig. 2.) on ne doit conſidérer qu'un ſeul rayon dans chaque faiſſeau, parce que quand la pein-

ture eſt diſtincte, tous les rayons d'un ſeul faiſſeau * ſont raſſemblés à un ſeul & même point de la rétine, ou ce qui vient au même, nous pouvons ſuppoſer que la pupille eſt contractée juſqu'à n'être plus qu'un ſeul point; & pour aider l'imagination nous pouvons ſuppoſer que ce point O (Fig 2.) eſt un petit trou placé au centre d'un hémiſphere creux & ſombre DQE, qui n'admet que les ſeuls rayons perpendiculaires qui traverſent ſans ſe réfracter, car alors les longueurs de ces peintures *p q r* augmenteront ou décroîteront comme les angles *p* O *r*, ou comme les angles POR, & je vais faire voir que c'eſt la propriété de l'œil naturel.

Si le demi diamétre de cet hémiſphere creux eſt d'environ $\frac{5}{8}$ de pouce, longueur qu'a ordinairement l'axe d'un œil humain, les peintures d'un même objet auront toûjours la même grandeur dans les deux ſortes d'yeux, à très-peu de choſe près.

IX.

Les diamétres des peintures des objets faits ſur la rétine, ſont toûjours proportionnels aux angles que les rayons qui viennent des extrêmités de l'objet, font en tombant ſur l'œil, pourvû que ces angles ſoient très-

* On entend ici par faiſſeau l'aſſemblage des rayons qui partent d'un point unique de l'objet, & qui tombés ſur tout l'eſpace du criſtalin, où ils peuvent ſe réunir à un ſeul point, & ce point parce que l'on a vû dans la ſeconde Partie, ſeroit le foyer du rayon qui partiroit du point donné de l'objet, & paſſeroit par le milieu du criſtalin conſidéré comme lentille.

petits; car ſoient deux ou tant d'objets que l'on voudra PQ & $\varpi\mu$ paralleles ou obliques l'un à l'autre, leſquels ſoutendent le même angle PO (Fig. 7.) ou ϖ O μ en O, parce que les particules de Lumiere qui coulent de P & de ϖ décrivent la même ligne P ϖ O, & elles ſeront réfractées au même point *p* ſur la rétine, & de la même maniere celles qui viennent de Q & de *n*, ſe réfracteront également au point *q*, & par conſéquent les peintures ou images *p q* des objets PQ $\varpi\mu$ qui ſoutiennent le même angle en O ſeront de même grandeur, ce qu'il falloit premierement prouver; maintenant la peinture des objets faite ſur la rétine d'un œil mort ſont trouvées par l'expérience, être parfaitement tracées & proportionnées dans leurs parties, c'eſt-à-dire que les proportions des parties *p q*, *q r* de toute la peinture *p q r*, ſont les mêmes que celles des parties PQ, QR de l'objet même PQR, & ce rapport des parties PQ, QR eſt à peu près celui des angles POQ, QOR qu'elles ſoutendent, ainſi la propoſition eſt prouvée quand les objets PQ, QR ſont tous les deux à la même diſtance de l'œil, & puiſque nous venons de prouver que les objets P *q* & $\varpi\mu$ ont la même peinture *p q*, il s'enſuit que les proportions des peintures des objets $\varpi\mu$ & QR eſt la même que celle des angles ϖ O μ, QOR qu'ils ſous-tendent à l'œil.

X.

Quand un objet approche vers l'œil, le diamétre de ſon image ſur la rétine augmente dans la même proportion que la diſtance entre l'œil & l'objet décroît;

& au contraire ce diamétre décroit dans la même raiſon que la diſtance augmente, car le diamétre de l'image augmente dans la même proportion qu'augmente l'angle que l'objet ſous-tend à l'œil; & cet angle quand il eſt petit croît dans la même proportion que la diſtance entre l'œil & l'objet diminue.

XI.

Le degré de clarté de l'image d'un objet peint ſur la rétine, continue d'être le même à toutes les diſtances entre l'œil & l'objet, pourvû qu'aucun des rayons ne ſoit intercepté en chemin, & que la pupille ne change pas d'ouverture.

Par exemple lorſque l'œil devient deux fois plus proche de l'objet, la peinture ſur la rétine devient double en longueur & double en largeur, & par conſéquent quatruple en ſurface.

La quantité des rayons reçûs par la même ouverture de pupille à la moitié de diſtance de l'objet eſt auſſi quadruple, la Lumiere ſe trouve donc de la même intenſité que dans le cas de la premiere diſtance de l'objet lorſqu'elle étoit double.

XII.

Il ſuit de là que le peu de clarté des objets éloignés eſt dûe à l'opacité de l'atmoſphere qui abſorbe une partie de la Lumiere qni devroit arriver à l'œil; par conſéquent lorſque nous voyons le Soleil, la Lune & les Etoiles paroître très-foibles à l'horiſon, & devenir enſuite

enſuite de plus lumineux en plus lumineux à meſure qu'il s'élevent, cela vient de ce que l'eſpace de vapeurs qui doit être traverſé par les rayons, eſt plus long & plus denſe dans le voiſinage de l'horiſon, & qu'il devient plus court & plus rare à meſure que les objets s'élevent, & qu'il ſe trouve par conſéquent moins d'obſtacle alors au paſſage de la Lumiere.

XIII.

La ſenſibilité de l'œil ou la facilité qu'il a à diſcerner les objets par les différentes quantités de Lumiere eſt immenſe, par exemple la diſproportion dans les quantités de Lumiere envoyées ſur l'horiſon par le Soleil & par la Lune à des hauteurs quelconques égales eſt prodigieuſe; je trouve qu'elle n'eſt pas moindre que celle de 90000 à 1, quand la Lune eſt pleine & pas moindre que celle de 180000 à 1, quand la Lune eſt en quartier; & la proportion entre les parties de Lumiere de ces deux Aſtres quelles qu'elles ſoient, leſquelles ſont réfléchies à nos yeux par le même objet pendant le jour ou pendant la nuit, ne doivent guere différer de la proportion des deux Lumieres totales; ſuppoſant donc que l'ouverture de la pupille puiſſe être huit ou neuf fois moindre dans le jour que dans la nuit (c'eſt-à-dire à peu près trois fois moindre en diamétre) on trouvera encore que la proportion des quantités de Lumiere Solaire & Lunaire reçûe ſur le même œil & ſur le même objet, ne ſera pas moindre que celle de 20000 à 1, quand les nuits ont un moyen degré de Lumiere Lunaire; je dis non moin-

dre parce que les nombres précédents ſont tirés d'une regle fondée ſur le principe que la Lune réfléchit toute la Lumiere qu'elle reçoit du Soleil, ſuppoſition qui ne peut être vraie par la raiſon des parties obſcures que l'on voit ſur ſon diſque, & que ſelon toutes les apparences une grande partie de la Lumiere incidente eſt abſorbée, même dans les parties les plus brillantes. Voici la regle que je viens d'annoncer; la Lumiere du Soleil eſt à celle de la Lune, comme la ſurface d'un hémiſphere, dont le centre eſt à l'œil, eſt à la partie de cette ſurface que peut occuper la partie éclairée de la Lune, enſorte que le Ciel entier étant ſuppoſé couvert d'autant de diſques de Lune qu'il en pourroit contenir, produiroit la Lumiere du jour; ceci ſuit aſſez clairement des conſidérations ſuivantes, quoique je l'aye trouvé d'une maniere différente. La Lumiere du jour eſt compoſé d'une quantité innombrable de réfléxions des rayons du Soleil ſur toutes ſortes de corps, deſquels ils ſont à la fin renvoyé à nos yeux, ſans cela nous n'appercevrions rien même en plein jour que le corps du Soleil, les Etoiles & toutes les ſubſtances lumineuſes par elles-mêmes, nous remarquons que la Lumiere du jour eſt fort approchant la même, ſoit que le Soleil brille ou non dans la place où nous ſommes, parce que la Lumiere nous eſt réfléchie par une quantité immmenſe de terre, d'air & de nuages étendus autour de nous à une diſtance de trente lieues, ou plus en ſorte que l'abſence des rayons du Soleil d'une place particuliere, n'altere pas ſenſiblement la Lumiere du jour; outre cela la Lune paroît dans le jour à peu près comme un nuage dont

la Lumiere eſt moyenne, certains nuages paroiſſant plus brillants que la Lune, & d'autres plus obſcures qu'elle, les rayons du Soleil qui pourroient venir de tous les nuages, étant donc interceptés pendant la nuit, & ne nous étant renvoyés que de la Lune ſeulement, il s'enſuit que la Lumiere du jour eſt à celle de la Lune, comme les ſurfaces apparentes de tous les nuages viſibles à la ſurface apparente de la partie viſible de la Lune conſidérée comme le ſeul nuage qui ſe trouve éclairé; & ces deux Lumieres quelques ſoient les diſtances de la Lune & celle des nuages ſont exactement les mêmes, que ſi tous les corps étoient placés à égale diſtance de nous, & qu'ils compoſaſſent la ſurface d'un hémiſphere.

XIV.

On découvre encore l'immenſité de la proportion entre les Lumieres du Soleil & de la Lune, par les expériences faites avec des miroirs ardents en employant les rayons réfléchis, ou avec des verres ardens, en employant les rayons tranſmis par la réfraction, leſquels rayons étant réunis dans l'un & l'autre cas en une image ronde au foyer de ces inſtrumens, donnent une plus grande chaleur & d'un effet plus prompt que les fourneaux les plus violents, ainſi qu'on le reconnoît par la fonte & par la calcination des métaux les plus durs, & par la vitrification des briques & des pierres, dans des intervalles de tems moindre qu'une minute; or les rayons de la Lune étant raſſemblés par les mêmes verres ou miroirs, n'excitent pas la

plus légere chaleur, ni n'affectent pas ſenſiblement le thermometre le plus parfait quand on fait tomber la Lumiere du foyer ſur la boule en meſurant la largeur de l'image au foyer, & en la comparant avec la largeur du miroir ardent lui-même ; il paroît qu'à quelques-uns de ces miroirs on raſſemble les rayons incidents dans un eſpace qui eſt plus de deux mille fois moindre que celui qu'ils occupoient à leur incidence ; mais par le précédent calcul la Lumiere de la pleine Lune doit être condenſée quatre vingt-dix mille fois pour devenir auſſi denſe & d'un degré égal en chaleur à la Lumiere directe du Soleil ; il n'eſt donc pas étonnant que la chaleur des rayons de la Lune, qui par la condenſation procurée par le miroir ardent, n'arrive qu'à la cent quarante ou cent cinquantiéme partie de celle du Soleil, ne donne aucun effet ſenſible ; car on a trouvé par des expériences faites avec ces miroirs que les degrés de chaleur ſont proportionnels à la denſité de ces rayons, ce qui étant comparé avec une échelle des degrés de chaleur de différents corps donnée par Mr. Newton dans les tranſactions philoſophiques, montre qu'il y a une proportion immenſe entre les degrés de Lumiere que l'œil peut ſupporter, & le degré de chaleur que l'on peut endurer ou diſtinguer par le tact.

§ Voici en peu de mots la méthode dont Mr. Smith ſe ſert pour comparer la Lumiere Lunaire à la Lumiere Solaire. Si le Ciel étoit, dit le Sçavant Anglois, tout couvert de Lunes, la Lumiere réfléchie par toutes ces Lunes à un œil qui ſeroit ſuppoſé être au point central, d'où il verroit cette calotte lumineuſe par ré-

fléxion, dont il partiroit une multitude de rayons qui tendroient à cet œil, ſeroit la même pour lui que la Lumiere Solaire. Pour trouver à préſent dans cette ſuppoſition quel eſt le rapport de la Lumiere Lunaire à la Solaire, il n'y a qu'à chercher quelle partie de la calotte du Ciel occupe la Lune, la fraction qui exprimera le rapport de la grandeur de la Lune à la calotte du Ciel, ſera la même qui exprimera le rapport de la Lumiere Lunaire à la Lumiere Solaire.

Voici à préſent la méthode de Mr. Bouguer; ſans rien ſuppoſer il a cherché par voye d'expérience, à tirer le rapport de la Lumiere Lunaire à la Solaire, par le moyen d'une Lumiere de comparaiſon ſuivant l'Ingénieux procédé que je vais expoſer. Mr. Bouguer pour comparer la Lumiere du Soleil à celle d'un flambeau, fait entrer dans une chambre obſcure l'image du Soleil, en ſe ſervant d'un verre concave de lunette qui fait diverger les rayons d'une maniere connue; il place un plan éclairé par l'image affoiblie du Soleil à une diſtance donnée, il varie la diſtance d'un flambeau à un autre plan, juſqu'à ce que les deux Lumieres reçûes & du Soleil & du flambleau, lui paroiſſent abſolument égales; il reçoit la Lumiere de la Lune à l'aide du même verre, le ſoir lorſque la Lune dans ſon plein eſt à la même hauteur que le Soleil, l'étoit le matin lors de la premiere obſervation, & il compare comme ci-devant la Lumiere Lunaire à celle du flambeau dont il varie les diſtances: or comme il fallut affoiblir la Lumiere de la Lune ſoixante-quatre fois, & qu'il fallut affoiblir celle du Soleil onze mille ſix cens ſoixante-quatre fois pour les rendre cha-

cune égale à celle du flambeau, Mr. Bouguer en prenant un milieu entre pluſieurs obſervations, conclut que la Lumiere de la Lune eſt à celle du Soleil, comme 1 à 300000. Mr. Smith au contraire par ſa méthode trouve que la Lumiere de la Lune eſt à celle du Soleil, comme 1 à 90000; mais ſi l'on fait attention que le principe d'où il eſt parti, en ſuppoſant que la Lune réfléchit toute la Lumiere qu'elle reçoit eſt manifeſtement erroné, ainſi qu'il en convient, on ſera moins frappé de la différence qui ſe trouve entre les rapports établis par ces Sçavants; il eſt bien évident que la Lune ne peut réfléchir toute la Lumiere qu'elle reçoit, puiſque différentes parties de cette planete paroiſſent diverſement lumineuſes, & que par conſéquent la Lumiere eſt tranſmiſe dans certaines parties, & réfléchie inégalement par d'autres; cette ſeule réfléxion ſuffit pour faire ſentir tout l'avantage de la méthode de l'Académicien François qui vient d'être expoſée; le peu que nous en avons dit ne doit pas diſpenſer de conſulter ſon eſſai d'Optique ſur la gradation de la Lumiere, ouvrage excellent en ſon genre, & dont le genre par lui-même eſt excellent, tout y eſt expérience ou calculs d'après l'expérience & l'obſervation.

XV.

Le Docteur Hook aſſûre que l'œil le plus fin ne peut appercevoir dans les Cieux aucun eſpace tel qu'une tache de la Lune ou la diſtance de deux étoiles, lorſque l'angle que cet eſpace ſous-tend à l'œil, eſt moindre qu'une demi minute, & que l'on trouve

même à peine une perſonne ſur cent, qui puiſſe appercevoir un eſpace dont le diamétre eſt d'une minute ſi l'angle n'eſt que de cette étendue ; les deux Etoiles à la vûe ſimple n'en paroiſſent qu'une ; j'ai été témoin d'une expérience où un de mes amis qui avoit les yeux meilleurs qu'aucun de la compagnie, pût à peine appercevoir un cercle blanc ſur un fond noir, ou un cercle noir ſur un fond blanc expoſé contre la Lumiere du Ciel, quand ſon diamétre occupoit moins des deux tiers d'une minute, ou ce qui eſt la même choſe quand la diſtance de l'œil étoit moins de cinq mille cent cinquante-ſix fois plus grande que le diamétre du cercle, ce qui s'accorde aſſez bien avec l'obſervation du Docteur Hook. De-là je trouve par le calcul que le diamétre de l'image de ce cercle ſur la rétine, ne devoit avoir au plus que la huit milliéme partie d'un pouce, & une telle partie peut être appellée un point ſenſible de la rétine. Tout le monde peut ſe former une idée de la petiteſſe d'un tel point, en remarquant que le cheveu le plus fin eſt viſible à la longueur d'un bras.

XVI.

La grandeur apparente d'un objet eſt une quantité d'extenſion viſible proportionnelle à l'angle, que deux rayons qui viennent des extrêmités de l'objet font en tombant ſur l'œil, car les extrêmités de l'objet ſont mûs dans les directions de ces rayons, & ſuivant qu'ils font un plus petit angle à l'œil, la grandeur de l'image ſur la rétine eſt plus ou moins grande, & conſéquemment cauſe une ſenſation d'étendue plus

grande ou plus petite qui dépend du plus grand ou du plus petit nombre de points visibles, répondants au nombre de points sensibles de la rétine, quelque soit la grandeur qu'on attribue à ces points.

XVII.

La grandeur apparente d'un objet donné est réciproquement comme sa distance à l'œil, c'est-à-dire que quand l'objet approche de l'œil, la grandeur apparente croit comme cette distance diminue; car la grandeur apparente d'un objet a été définie, la quantité d'extension visible proportionnelle à l'angle que l'objet sous-tend à l'œil, & cet angle augmente à peu près en même proportion que la distance réelle entre l'œil & l'objet diminue.

XVIII.

La grandeur apparente d'un objet en opposition à sa grandeur, vûe par le moyen des verres ou des miroirs, est souvent appellée pour la briéveté de l'expression sa vraie grandeur, & en parlant de la grandeur apparente d'un objet, j'entends toûjours la grandeur apparente de son diamétre ou de sa longueur ou largeur, ou de quelque ligne principale & non sa surface ou solidité, à moins que je ne le spécifie particulierement.

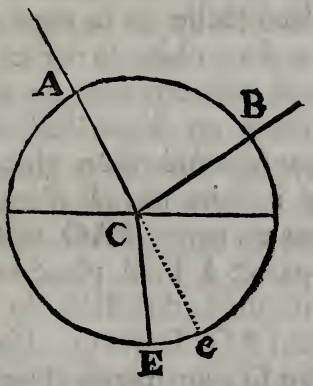
CHAPITRE

CHAPITRE SECOND.

Sur la vision par le secours des verres ou des miroirs.

I.

TOut petit objet ou plutôt tout point quelconque d'un objet vû par le moyen des rayons rompus ou réfléchis, paroît en quelque lieu de la ligne,



qui est la direction du rayon de Lumiere après la derniere réfraction ou réfléxion qu'il souffre en arrivant à l'œil. Dans les expériences employées pour prouver

les loix de la réfléxion ou de la réfraction, l'épingle placée en B & vûe par le moyen d'un rayon réfléchi par l'eau, paroît en quelque lieu de la ligne AC prolongée, que le rayon viſuel BAC décrit après la réfléxion C quand il parvient à l'œil; & comme toute la ligne CE paroît élevée par la réfraction faite à la ſurface de l'eau, comme ſi elle avoit été une continuation de la ligne AC en ligne droite, de même ſi une rame droite eſt en partie plongée obliquement dans l'eau, elle paroîtra pliée comme ſi la partie plongée avoit été rompue à la ſurface & ſoulevée vers le haut, car cette partie de la rame eſt vûe dans la direction des rayons qui ſont courbés en bas par la réfraction à leur ſortie de l'eau, & qui conſéquemment parviennent à l'œil comme s'ils partoient d'un lieu de l'eau qui fût plus haut que la place réelle de la rame; de la même maniere tout point d'un objet vû par le rayon PAO (Fig. 8 juſqu'à 19) réfracté deux fois en paſſant par le tranchant d'un priſme ou d'une lentille, ſoit concave, ſoit convexe par les côtés d'un globe ou d'un bocal, ou d'un verre à boire rempli d'une liqueur tranſparente ou vû par un rayon PAO réfléchi de deſſus un miroir plan, paroît à l'œil placé en O (Fig. 19.) en quelque endroit de la direction du dernier rayon réfracté ou réfléchi AO. Enfin un objet P vû en O par un œil placé en O, au travers d'un verre à facettes, paroît d'un ſeul coup d'œil en autant de différents lieux p, p', p^2, ſitués dans autant de différentes directions que le verre a de différentes ſurfaces DE, EF, FG, différemment inclinées à la ſurface oppoſée DH; car toutes ces ſurfaces donnent ainſi que feroient au-

tant de prifmes différents les rayons vifuels PI, AO; PK, BO, PL, CO, qui font autant de différents plis en L, A, K, B, L & C, & tombent fur l'œil en O en autant de différentes directions AO, BO, CO; & dans tous ces cas quand les furfaces réfléchiffantes ou réfractantes de l'eau ou des verres feront agitées par le vent, ou de toute autre maniere les objets vûs par réfléxion ou réfraction, paroîtront auffi être agités à cauſe que les dernieres directions des rayons vifuels feront agités & variés par ces mouvements.

Maintenant la raiſon pour laquelle un objet ou point d'un objet paroît toûjours dans la direction du dernier rayon réfléchi ou réfracté, c'eſt que la place de ſon image ſur la rétine, eſt la même qu'elle ſeroit ſi l'objet étoit réellement tranſporté de ſa propre place dans la direction de ce rayon, & qu'elle fût vûe alors par des rayons directs; & n'ayant aucune ſenſation des premieres réfractions ou réfléxions des rayons, mais ſeulement de leur action vers une certaine place de la rétine, nous formons le même jugement de la place de l'objet que nous avions accoutumé de faire dans le cas ordinaire de la vûe immédiate ou directe.

II.

Il ſuit clairement de tout ce qui a été dit, que tout point P d'un objet PQ (Fig. 8 juſqu'à 20.) vû par les réfractions ou les réfléxions, paroît en quelque point de la ligne *p* de ſa derniere image à l'œil placé en O, parce que tous les rayons qui partent de P, viennent après leur derniere réfléxion ou réfraction du point

correſpondant *p* de la derniere image, ou qu'ils y vont, la raiſon pour laquelle je dis la derniere image ſera rapportée à un des articles ſuivants.

III.

On découvre encore pourquoi un objet vû par des rayons réfractés ou réfléchis, paroît quelquefois droit & quelquefois renverſé, car quand les rayons réfléchis ou réfractés ont eu la même ſituation, l'un à l'égard de l'autre que deux rayons qui viennent directement des mêmes points de l'objet à l'œil, ces points paroîtront toûjours dans la même ſituation à l'égard de l'autre dans l'un & l'autre de ces deux cas; mais ſi les rayons qui viennent de ces points ſe ſont croiſés avant d'arriver à l'œil, ils auront alors une ſituation contraire à celle des deux rayons venants directement des mêmes points à l'œil, & conſéquemment ces deux points paroîtront alors dans une poſition renverſée, & on peut ajouter que dans le premier cas l'image faite ſur la rétine, aura la même poſition, quoiqu'une grandeur différente, comme ſi l'on ſupprimoit le verre ou miroir, & ſa poſition ſera oppoſée à celle du dernier cas.

IV.

La grandeur apparente d'un objet vû par des rayons réfractés ou réfléchis, ſoit qu'il paroiſſe droit ou renverſé, eſt la quantité d'extenſion viſible meſurée par l'angle AOC, que les deux rayons AO, CO, qui viennent de ſes extrêmités PQ, font après leur der-

niere réfléxion ou réfraction en tombant ſur l'œil, ou bien encore l'objet paroît plus grand ou plus petit en raiſon de ce que l'angle AOC eſt plus grand ou plus petit, parce que ſes extrêmités paroiſſent dans la direction des derniers rayons réfléchis ou réfractés OA, OC, & auſſi parce que ſon image ſur la rétine eſt plus grande ou plus petite en proportion, de ce que ces rayons conſtituent un plus grand ou un plus petit angle à l'œil.

V.

Ainſi la grandeur apparente d'un objet PQ eſt meſurée par l'angle *p* O *q* que ſa derniere image ſous-tend à l'œil, car les lignes AO, *p* O ne ſont qu'une ſeule ligne continuée ainſi que CO, *q* O, & par conſéquent les angles AOC, *p* O *q* ſont les mêmes lorſque l'image eſt placée devant l'œil, & ſont égaux quand elle eſt placée derriere.

VI.

Il ſuit de-là que la grandeur apparente d'un objet augmente ou décroît en proportion de ce que l'œil approche ou s'éloigne de ſa derniere image (de même que ſi c'étoit un objet réel) placé devant ou derriere l'œil ; car l'image étant fixe, l'angle *p* O *q* lorſqu'il eſt petit croît dans la même proportion que O *q* décroît & au contraire.

VII.

D'où il ſuit que ſi la derniere image eſt reculée à

une diſtance infinie (Fig. 2, 22, 23 & 24) c'eſt-à-dire ſi l'objet eſt placé au principal foyer d'une lentille, ſphere ou miroir concave, ſa grandeur apparente à l'œil placée où l'on voudra, ſera invariablement la même & égale à ſa grandeur apparente, vû à l'œil nud placé au centre ou de la ſphere-lentille ou miroir concave; car puiſque tous les rayons d'un faiſſeau quelconque ſont paralleles à ſon axe PE, l'angle COA qui meſure la grandeur apparente à un point quelconque O, eſt par tout égal aux angles QEP au centre E.

La grandeur apparente de l'objet ſera encore invariable en quelque endroit qu'il ſoit placé (Fig. 25 & 26.) lorſque l'œil eſt fixé au principal foyer de tout verre ou miroir qui rend les rayons paralleles convergents à l'œil; car imaginant que ces rayons retournent de l'œil à l'objet, ils tomberont ſur le même point de l'objet d'où ils venoient, pendant qu'il eſt mû dans une place quelconque le long de l'axe du verre ou du miroir, & nuls autres rayons que ceux-ci ne retourneront des mêmes points de l'objet à l'œil dans cette place, & par conſéquent les différentes parties de l'objet ſeront toûjours vûs ſous les mêmes angles, & conſéquemment paroîtront de la même grandeur.

VIII.

La grandeur apparente d'un objet vû par des rayons réfractés ou réfléchis étant meſurée par l'angle que ſa derniere image ſous-tend à l'œil, & ſa grandeur apparente a l'œil nud en un lieu quelconque étant meſurée par l'angle que l'objet lui-même ſous-tend à l'œil dans cette place, il s'enſuit que la

premiere grandeur apparente eſt à la derniere, comme le premier angle eſt au dernier, car les meſures & les quantités meſurées, doivent toûjours être proportionnelles entr'elles.

IX.

Conſéquemment la grandeur apparente d'un objet vû par le ſecours d'un miroir ou d'un verre, ſera toûjours égale à ſa grandeur apparente à l'œil nud dans la même place. 1°. Quand l'objet touche une lentille mince ou une ſeule ſurface réfringente ou réfléchiſſante, car l'image eſt alors égale à l'objet & coincide avec lui. 2°. Quand l'œil eſt placé toutcontre quelque lentille ou ſimple ſurface réfléchiſſante, car alors le rayon PAO paſſera de l'objet à l'œil, fort près du milieu de la lentille, & par conſéquent étant preſque en ligne droite, il fera à peu près le même angle avec l'axe, que feroit un rayon non réfracté, & quand le point d'incidence A coincide avec C à une ſurface réfléchiſſante quelconque, les rayons incidents & réfléchis PE, EO étant prolongés feront auſſi des angles égaux avec l'axe ou perpendiculaire QC, & ainſi l'objet paroîtra ſous le même angle qu'il feroit à l'œil ſimple dirigé vers lui. 3°. Quand l'œil eſt au centre d'un miroir concave, car alors les rayons incidents & réfléchis PA, AO coincideront avec le rayon direct PE, & conſéquemment feront les mêmes angles avec l'axe. 4°. Quand l'objet eſt au centre d'un miroir concave, car alors l'image réfléchie eſt auſſi au centre & eſt égale à l'objet. 5°. Quand un rayon venant directement de P en O (Fig. 13. 15. 19.) fera avec l'axe un angle égal à

AOC que les rayons réfléchis ou rompus, font avec cet axe de l'autre côté.

X.

Excepté dans le cas que nous venons d'expoſer la grandeur apparente d'un objet vû au travers d'une lentille concave eſt toûjours moindre que la vraie, & quand elle eſt vûe droite au travers d'une lentille convexe ou d'un globe, elle eſt toûjours plus grande que la vraie, car le rayon PAO venant de l'extrêmité de l'objet à l'œil, eſt écarté de l'axe par la lentille concave, & rend par conſéquent l'angle fait avec cet axe à l'œil moindre, que ne feroit un rayon venant de cette extrêmité à l'œil; mais le même rayon eſt plié par la lentille convexe vers ſon axe, & par conſéquent fait un plus grand angle à l'œil que le rayon direct & les grandeurs apparentes ſont meſurées par les angles.

X I.

Ce qui a été juſqu'ici démontré par rapport à la grandeur apparente d'un objet PQ, aura encore lieu ſi vous ſuppoſez que l'objet PQ eſt une image formée par un ou pluſieurs autres miroirs ou verres, car les rayons divergeront de l'objet ou de l'image de la même maniere, & par cette raiſon j'ai toûjours appellé *p q* la derniere image de l'objet.

XII.

XII.

Le lieu O de l'œil étant donné, si vous voulez déterminer quelle partie d'un objet est visible dans une portion donnée ou ouverture A *c* d'un verre ou d'un miroir, tirez OA au bord de l'ouverture, & prolongez-la jusqu'à ce qu'elle coupe l'image en *p*, & par le centre du miroir tirez PE qui coupe l'objet en P, & PQ sera la partie que l'on peut découvrir par l'ouverture AC (Fig. 20, 21, 22 & 23) car tout le faisceau des rayons qui vient de P appartiendra à *p* après la réfraction ou la réfléxion, & conséquemment quelqu'un de ces rayons avancera à l'œil dans la même ligne tirée par *p*; si l'image est à une distance infinie, tous les rayons qui appartiennent à *p* seront paralleles à l'axe du faisceau, & par conséquent PQ est déterminé en tirant EP parallele à OA (Fig. 16) dans un miroir plan il faudra mener *p q* de *p* parallele à Q *q*, ou perpendiculaire au miroir, afin de déterminer la partie PQ visible par l'ouverture AC, car ce miroir peut être considéré comme ayant un centre à une distance infinie.

XIII.

De-là si le miroir ou le verre est donné, la partie qu'on peut découvrir par l'ouverture, décroîtera perpétuellement pendant que l'œil s'éloignera, à moins que l'image ne soit à l'œil, car alors elle décroîtra seulement jusqu'à ce que l'œil arrive à l'image, & après qu'il l'aura passée elle augmentera perpétuellement;

la raiſon en eſt que l'objet & l'image étant conſtants par rapport à leur place, doivent augmenter ou décroître tous les deux à la fois, étant tous les deux terminés par deux lignes P*p*, Q *q* qui ſe rencontrent en E, centre du miroir.

XIV.

Ainſi la partie découverte eſt la plus grande quand l'œil eſt contre le verre ou le miroir, & la plus petite quand il eſt contre l'image, & dans ce dernier cas elle paroît infiniment augmentée, car concevant la diſtance O *q* infiniment diminuée, les parties *p q*, PQ coupées par les lignes AO *p* & *p* EP ſeront toutes deux infiniment diminuées ; mais la grandeur de l'angle en O ſous-tendu par *p q* ou par AC, demeurera finie pendant que l'angle ſoutendu par PQ en O, eſt infiniment diminué, & ainſi la diſproportion entre ces angles, c'eſt-à-dire entre la grandeur vraie & la grandeur apparente de la particule PQ eſt infiniment grande, l'image eſt auſſi infiniment confuſe quand la pupille eſt ouverte par la raiſon qu'on donnera dans les articles ſuivants.

XV.

Quand une perſonne ſe voit elle-même dans un miroir plan, la même partie de la glace, quelque part qu'elle ſoit placée, & la longueur & la largeur de cette partie eſt toûjours la moitié de la longueur & de la largeur de la partie correſpondante de ſon propre corps (Fig. 16) car quand O & *q* coincident, OC eſt la moitié de O *q* ou de Q *q*, & partant AC eſt moitié de *p q* ou de PQ.

XVI.

Juſqu'ici j'ai conſidéré la pupille comme n'étant pas plus grande qu'un point, n'admettant qu'un ſeul rayon de chaque point de l'objet, d'où il réſulte que la peinture faite ſur la rétine, devroit être diſtincte dans tous les cas; mais lorſque la pupille eſt ouverte, ſi l'image formée par le verre ou par le miroir a la moindre diſtance à laquelle nous pouvons voir les objets diſtinctement à la vûe ſimple, l'apparence formée par le verre ou par le miroir ſera confuſe, parce que les rayons divergent trop d'une image ſi voiſine, pour être réduit à l'œil à une peinture diſtincte ſur la rétine; d'un autre côté quand les rayons convergeront à une image derriere l'œil, ils ſe raſſembleront à une peinture diſtincte avant d'être arrivés à la rétine, parce que l'œil n'eſt pas naturellement accoûtumé à prendre la forme qui conviendroit aux rayons convergents, & ainſi la viſion ſera confuſe dans tous les deux cas, mais elle pourra être rendue diſtincte de la maniere ſuivante.

XVII.

Les choſes qui paroiſſent confuſes quand elles ſont vûes par des rayons directs réfractés ou réfléchis, peuvent être rendus diſtincts, ſoit en regardant au travers d'un petit trou dans une plaque mince, ou dans un morceau de papier, ou bien à travers d'une lentille convexe ou concave d'un degré donné de convexité ou de concavité; & pourvû que le trou ou lentille

ſoit fort près de l'œil, la grandeur apparente & la ſituation de l'objet ſeront les mêmes dans les deux cas ; car ſi le trou eſt ſi petit qu'il n'admette qu'un ſimple rayon de chaque point diſtinct de l'objet, les rayons tomberont tous ſur la rétine en autant de points diſtincts, & donneront une image diſtincte ; & quand les faiſſeaux de rayons tomberont ſur une lentille mince, leurs axes traverſeront le milieu en ligne droite, & conſéquemment arriveront aux mêmes points ſur la rétine que quand ils paſſent par le trou ; or ſuppoſant la lentille avoir une telle figure qu'elle réfracte ainſi que l'œil, les rayons de chaque faiſſeau & les raſſemble à ces mêmes points de leurs axes qui atteignent la rétine, l'image ſera encore diſtincte & ſera la même en grandeur & en poſition qu'elle étoit auparavant, & la ſeule différence dans les effets du trou & de la lentille ſeront dans le degré de clarté de l'image ſur la rétine.

XVIII.

Un microſcope ſimple ou à un ſeul verre, n'eſt autre choſe qu'un très-petit globule de verre ou une petite lentille, dont la diſtance focale eſt très-petite, un très-petit objet *p q* vû diſtinct par une petite lentille AE; (Fig. 28) l'œil en étant très près, paroît d'autant plus grand à l'égard de ce qu'il ſeroit à la vûe ſimple ; ſi l'œil étoit placé à la plus petite diſtance *q* L d'où il paroît ſuffiſamment diſtinct, que cette derniere diſtance eſt plus grande que la premiere *q* E, car ayant mis votre œil tout près de la lentille EA, afin de voir une auſſi grande partie de l'objet qu'il eſt poſſible

d'une ſeule vûe, reculez ou avancez l'objet *p q* juſqu'à ce qu'il paroiſſe très-diſtinctement, & que ce ſoit par exemple à la diſtance E *q*, alors concevant qu'on ſupprime la lentille AE & qu'on mette à la place une plaque mince avec un trou d'épingle, l'objet paroîtra auſſi diſtinctement & auſſi grand qu'auparavant, lorſqu on voyoit au travers de la lentille, il ſera ſeulement moins brillant, & dans le dernier cas il paroîtra plus grand que l'on ne le voit à l'œil nud à la diſtance *q* L, ſoit avec le trou d'épingle, ſoit autrement dans la raiſon de l'angle *p* E *q* à l'angle *p* L *q*, ou comme la diſtance *q* L à la premiere *q* E.

XIX.

Puiſque l'interpoſition de la lentille n'a d'autre effet que de rendre l'apparence diſtincte, en aidant l'œil à augmenter la réfraction dans chaque faiſſeau; il eſt clair que la grandeur apparente eſt entierement dûe à la faculté de pouvoir diſcerner de plus près qu'à la vûe ſimple, ſi l'œil eſt aſſez parfait pour voir diſtinctement par les faiſſeaux de rayons paralleles qui tombent ſur la cornée, la diſtance E *q* de l'objet à la lentille eſt alors la diſtance focale de la lentille; or ſi la lentlle eſt un petit globule rond dont le diamétre eſt $\frac{1}{15}^{e}$ de pouce, ſa diſtance focale E *q* étant les trois quarts de ſon diamétre, ſera de $\frac{1}{20}^{e}$ de pouce; & ſi *q* L eſt de huit pouces, diſtance ordinaire à laquelle on peut appercevoir les petits objets, le globule empliſiera dans la raiſon de 8 à $\frac{1}{20}$, ou de 160 à 1.

XX.

La lunette ordinaire à l'uſage des Aſtronomes eſt compoſée de deux verres convexes, diſpoſés de la maniere ſuivante ; PQ repréſente le demi-diamétre d'un objet éloigné (Fig. 29) & *p q* ſon image formée par la lentille convexe L qui étant la plus voiſine de l'objet, eſt appellée le verre objectif ou l'objectif; dans l'axe de ce verre QL *q* prolongé, EA repréſente une autre lentille plus convexe que la premiere, ayant cette même droite pour axe, & ayant pour foyer le même point *q* que la premiere, en ſorte que EL eſt la ſomme de leurs diſtances focales : dans cette ſituation des lentilles je dis que l'objet paroîtra à l'œil placé quelque part en O diſtinct, renverſé & emplifié dans la raiſon de *q* L à *q* E, c'eſt-à-dire comme la diſtance focale de l'objectif eſt à celle de l'autre verre qu'on appelle loculaire, car les rayons qui divergent du point *q* de l'image *p q*, étant réfractés par l'oculaire, arriveront à l'œil en O ſuivant des lignes paralleles à l'axe *q* EO, parce que *q* E eſt la diſtance focale de l'oculaire, & par la même raiſon les rayons qui divergeront de tout point collatéral *p* de cette image *p q*, ſortiront de loculaire après leur réfraction en A ſuivant des lignes paralleles au rayon PE qui eſt l'axe d'un faiſſeau oblique de rayons, dont une partie divergent de *p*, & vont tomber ſur la lentille; ainſi un œil qui voit diſtinctement par des faiſſeaux de rayons paralleles, étant placé quelque part en O, à l'inter-

section de ces différents faisceaux, verra les points de l'objet très distinctement.

Quant à la grandeur apparente de l'image PQ pour l'œil placé au même point O, elle est mesurée par l'angle EOA, ou par l'angle égal q & p; mais pour un œil placé en L sans le secours d'aucun verre, la grandeur apparente de l'objet est mesurée par l'angle EOA, ou par l'angle égal q E p; & comme à la vûe simple l'œil étant placé en L, la grandeur apparente de l'objet est mesurée par l'angle QLP, ou par l'angle q L p, son égal (l'axe oblique P lp étant une droite) il s'ensuit que la premiere de ces grandeurs apparentes est à la seconde, comme l'angle q E p à l'angle q L p, & par conséquent comme la derniere distance q L est à la premiere q E

XXI.

L'objet qui paroît renversé dans le Théleſcope, (Fig. 30) paroîtra droit & distinct en employant deux oculaires BF, CG de plus qui soient entr'eux à une distance égale à la somme de leurs distances focales F, G; & lorsque ces distances focales seront égales entr'elles, l'objet sera amplifié autant qu'il l étoit auparavant, car les faisceaux des rayons paralleles EOF, AOB, &c. qui sont continués jusqu'au verre FP, y formeront une seconde image $\varpi \varkappa \varsigma$, & le foyer ϖ de tout faisceau oblique OB, sera déterminé par l'intersection de la ligne $\varpi \varsigma$ perpendiculaire à l'axe commun des verres & de l'axe oblique, tiré parallelement aux rayons incidents sur la derniere lentille GC, les rayons émergents CD seront paralleles à leurs axes

obliques ϖ G, parce que les rayons qui partent de ϖ ſont ſuppoſés ſortir parallelement à l'axe direct, donc pour un œil en D où ces faiſſeaux émergents ſe croiſent, l'objet paroîtra diſtinct & non renverſé; & quand les verres F & G ſeront exactement égaux, l'image en ſera exctaement au milieu de l'eſpace qui les ſépare, & partant les triangles ϖ F, ϖ G ſeront parfaitement égaux, conſéquemment l'angle CDG qui meſure maintenant la grandeur apparente à l'œil en D ſera égal à l'angle ϖ G, ou ϖ F, ou AOE, qui le meſuroit auparavant pour un œil placé en O.

XXII.

Dans un Théleſcope d'une longueur donnée (Fig. 29 & 30) la quantité des objets embraſſés d'une ſeule vûe, dépend de la largeur de l'oculaire, car ſelon que AE ſera plus grand ou plus petit, l'angle ALE ou ſon égal PLQ ſera auſſi plus grand ou plus petit, & cet angle embraſſe tous les objets qui peuvent être apperçûs à la fois d'un même côté de l'axe de la lunette.

XXIII.

La différence de la lunette ordinaire (Fig. 31) dont ſe ſervent les Aſtronomes à celle de Galilée, qui eſt la lunette la plus vulgaire, conſiſte en ce qu'au lieu de l'oculaire convexe placé derriere l'image pour faire arriver à l'œil les rayons de chaque faiſſeaux par des lignes paralleles, on employe un oculaire concave AE de même diſtance focale, & qu'on place autant au-

devant

devant de l'image que l'autre étoit derriere, en ſorte que cet oculaire ouvre les rayons de chaque faiſſeau qui convergent de *q* vers *p*, & les oblige d'arriver à l'œil ſuivant des lignes paralleles, ainſi qu'il eſt évident, en concevant que les rayons retournent vers l'oculaire, dont nous ſuppoſons que la diſtance focale étoit E *q*.

Dans ces lunettes l'œil doit être appliqué contre l'oculaire pour avoir autant de rayons qu'il eſt poſſible, & alors ſuppoſant qu'un rayon émergent d'un faiſſeau oblique ſoit prolongé en arriere vers AO, la grandeur apparente de l'objet ſera meſurée par l'angle AOE, ou ſon égal *q* E *p* qui eſt à l'angle *q* L *p* (ou QL*p* meſure de la grandeur réelle) comme *q* L à *q* E, ainſi que dans l'autre Théleſcope.

Il eſt clair par l'article III que les objets dans ce Théleſcope, ne paroiſſent pas renverſés.

XXIV.

Le champ ou l'eſpace qui peut être apperçû d'un ſeul coup d'œil dans ce Théleſcope, ne dépend pas de la largeur de l'oculaire, ainſi que dans le Théleſcope Aſtronomique, mais de la largeur de la pupille de l'œil, parce que la pupille eſt moindre que l'oculaire, & que les faiſſeaux latéraux dans ce cas, au lieu de converger vers l'axe s'en écartent, & à cauſe de cette diminution du champ ces Théleſcopes ſont bien moins agréables à employer que les autres.

XXV.

Le Théleſcope par réfléxion de M. Newton (Fig. 32) amplifie le diamétre d'un objet éloigné en proportion de la diſtance focale du miroir à la diſtance focale de l'oculaire & montre les objets renverſés Que ST ſoit l'image d'un objet éloigné PQ formé par la réfléxion de deſſus un grand miroir concave AC & terminé par les lignes PESA, QETC menées par ſon centre E, or parce que cette image ne peut pas être apperçûe en employant un oculaire placé directement devant elle (parce qu'alors le ſpectateur intercepteroit les rayons qui tombent ſur le miroir) on fait enſorte que les différents faiſſeaux de rayon qui viennent du grand miroir AC ſoient réfléchis de côté par un petit plan poli repréſenté par AC *h*, & alors la ſeconde image *s t u* formée par ce plan eſt égale à la premiere ST : cela poſé, que *t l* ſoit la diſtance focale d'un petit oculaire *h l*, & les rayons qui partent de quelque point *ſ* ſeront réfractés par cette lentille à l'œil en O dans la ligne KO tirée parallelement à l'axe oblique *ſ l*; & ainſi la grandeur apparente de l'objet PQ à l'œil en O ſera meſurée par l'angle K *o l* ou *ſ l t*; mais à la vûe ſimple l'œil étant placé en E elle eſt meſurée par l'angle K *o l* ou *ſ l t*, donc la premiere grandeur apparente eſt à la derniere comme l'angle *ſ l t* à l'angle SET ou (à cauſe que leurs cordes *ſ t*, *ſ t* ſont égales) comme ET à *l t*, ou comme CT à *l t*, quand l'objet eſt éloigné; quant à ce que l'objet paroît renverſé dans ce Théleſcope, c'eſt ce qui eſt évident par l'article III.

XXVI.

Le Théleſcope dioptrique étant difficile à manier quand il amplifie beaucoup, Mr. Newton imagina cet expédient pour racourcir le Théleſcope, & le ſuccès répondit merveilleuſement à ſon attente, comme on le verra plus loin lorſque je donnerai les proportions des deux ſortes de Théleſcopes qui emplifient également ; la raiſon pour laquelle les Théleſcopes dioptriques ne peuvent pas être racourcis autant que les catoptriques quoiqu'ils puiſſent amplifier autant en diminuant les diſtances focales des oculaires, eſt fondée ſur ce que les images faites par la réfraction des verres convexes étant beaucoup plus imparfaites que celles qui ſont produites par la réfléxion des miroirs concaves, ne peuvent pas ſupporter une auſſi grande amplification par le ſecours de petits oculaires ſans paroître confuſes, & la principale cauſe de ces imperfections dans les images, eſt l'inégale réfrangibilité des rayons de différentes couleurs ainſi qu'il paroît, parce que l'on a vû dans la ſeconde Partie.

XXVII.

Un microſcope double eſt compoſé de deux verres convexes placés en E & en L (Fig. 33) la lentille L, voiſine de l'objet PQ eſt très-petite & très-convexe, par conſéquent ſa diſtance focale LF eſt très-courte, la diſtance LQ du petit objet PQ, eſt un peu plus grande que LF, enſorte que l'image *pq* peut

être formée à une très-grande distance de la lentille; & peut être par conséquent beaucoup plus grande que l'objet lui-même, cette peinture *p q* étant vûe à travers un oculaire AE, dont la distance focale est *q* E, paroît distincte comme dans un Thélescope, & en même-tems l'objet paroît amplifié à raison de ces deux considérations, premierement parce que si nous voyons son image *p q* à la vûe simple, il nous paroît être plus grand que l'objet en même raison que L *q* est plus grand que LQ, & secondement parce que cette image paroît amplifiée par l'oculaire autant que la moindre distance, à laquelle on peut voir distinctement à la vûe simple, est plus grande que *q* E distance focale de l'oculaire; par exemple si cette derniere raison est celle de 5 à 1, & que la premiere celle de *l q* à LQ, soit celle de 20 à 1, alors par ces deux causes l'objet paroîtra 5 × 20, ou cent fois plus grand qu'à la vûe simple.

XXVIII.

Pour rendre les Microscopes ainsi que les Thélescopes propres aux vûes courtes, les lentilles E & L doivent être placées un peu plus près l'une de l'autre, afin que les rayons de chaque faisceau ne sortent pas parallelement, mais tombent en divergent sur l'œil, par ce moyen la grandeur apparente sera un peu altérée, mais à peine d'une maniere sensible.

XXIX.

La clarté de l'apparence au travers d'un Théleſcope donné eſt plus grande ou moindre à raiſon de l'ouverture de l'objectif, car ſuppoſant que cette lentille ſoit toute couverte de papier à la reſerve d'un petit eſpace laiſſé dans le milieu, les grandeurs des images *p q* dans le foyer des lentilles, & celles qui ſe font ſur la rétine, n'en ſeront pas altérées; mais il y aura moins de rayons dans chaque faiſſeau, & par conſéquent dans chaque point de ces images, ce qui les fera paroître plus obſcures; ſi l'ouverture & les objectifs reſtent les mêmes, les objets paroîtront plus brillants ou plus obſcurs, ſuivant que la diſtance focale de leur oculaire, ſera plus longue ou plus courte, c'eſt-à-dire ſuivant que le Théleſcope ou le Microſcope amplifiera moins ou plus, car la même quantité de Lumiere répandue ſur une plus petite ou plus grande image ou partie de la rétine, la rendra plus brillante ou plus obſcure.

XXX.

Juſqu'ici j'ai toûjours ſuppoſé l'œil placé en quelque point O de l'axe commun des ſurfaces réfringentes ou refléchiſſantes; ſuppoſons maintenant qu'il ſoit placé quelque part en O dans la ligne O *o* (Fig. 34) perpendiculaire à l'axe Q *q*; je dis que toutes les apparences ſeront les mêmes ou au moins qu'elles ne ſeront pas ſenſiblement différentes de ce qu'elles étoient auparavant, car que PQ ſoit la derniere image

d'un objet & PQ la pénultiéme, ou l'objet lui-même; tirant alors *p o*, *q o* qui ſe rencontrent à la ſurface la plus proche en *a* & en *c*, les points PQ paroîtront à l'œil en O *o* dans les directions de ces lignes O *a*, O *c*, d'où tirant *p* O qui rencontre la ſurface A, puiſque les directions *o* A, *o a* dans leſquelles P eſt vû, ſont du même côté des directions OC, *o c* dans leſquelles Q eſt vû, il eſt évident que la ſituation apparente des extrêmités PQ eſt la même dans les deux cas auſſi-bien que la grandeur apparente qui eſt meſurée par l'angle *a o c*, ou *p o q* ou AOC, car les petits angles *p o q* étant ſoutendus par la même image *p q* à des diſtances de *o*, & de O à très-peu de choſe près égales, ils ſeront auſſi fort peu éloignés d'être égaux; la clarté apparente de l'objet eſt auſſi la même, parce que dans tous les points du plan perpendiculaire repréſenté par O *o*, la denſité des rayons qui arrivent à la pupille, eſt à peu près la même; car les rayons viennent de la derniere image où y tombent de la même maniere que ſi c'étoit un corps lumineux, & enfin le degré de netteté apparente ou de confuſion eſt auſſi le même, parce que l'angle que la pupille placée en O ou en *o*, ſoutend en *p* & en *q*, où les inclinaiſons réciproques dans chaque faiſſeau, ſont fort près d'être égales.

XXXI.

Il y a ſur la viſion une obſervation générale qui mérite d'être rapportée, c'eſt que la netteté apparente & la confuſion d'un objet dépendent de l'inclinaiſon mutuelle des rayons l'un ſur l'autre dans tout faiſſeau,

lorſqu'ils arrivent ſur l'œil, la grandeur apparente dépend de l inclinaiſon des rayons principaux des différents faiſſeaux les uns ſur les autres en tombant ſur l'œil, la ſituation apparente dépend de la ſituation réelle des faiſſeaux extrêmes quand ils tombent ſur l'œil ; enfin la clarté & l'obſcurité apparente dépendent de la quantité des rayons de chaque faiſſeau.

Remarques ſur quelques difficultés les plus communes dans la conſtruction des grands Théleſcopes.

§ La netteté & la clarté ſont deux qualités eſſentielles à la perfection des Théleſcopes de réfléxion, ces deux qualités en doivent être inſéparables & dépendent uniquement des deux miroirs de métal qui les compoſent ; ces miroirs doivent être d'une matiere extrêmement blanche, dure, ſerrée, caſſante & ſuſceptible du poli le plus parfait, d'une couleur blanche tout-à-fait ſemblable au vif argent, & qui conſerve ſon poli ſans ſe ternir ; il y a beaucoup de difficulté à figurer régulierement ces miroirs, & à leur conſerver leur figure en les poliſſant ; c'eſt dans ce point que ſe trouve, ſuivant moi, la plus grande difficulté de l'art, car c'eſt de-là que dépend toute la netteté, comme c'eſt de la grande vivacité du poli que dépend la clarté de ces ſortes d'inſtruments, afin que la figure réguliere puiſſe ſe ſoutenir dans le travail & ne pas dégénérer, il faut donner un diamétre ſuffiſant au miroir, de ſorte qu'il faſſe au moins cinq degrés du cercle, ou pour mieux dire de la ſphere dont la concavité du miroir fait partie, il ſera toûjours très-difficile de

faire réuſſir un miroir qui auroit un moindre diamétre, ſurtout s'il eſt d'un long foyer; par exemple je penſe que dans un Théleſcope qui aura quinze ou ſeize pouces de longueur, le foyer du grand miroir doit avoir neuf pouces, & ſon diamétre deux pouces: comme ce miroir fait partie d'une ſphere creuſe de trente-ſix pouces le diamétre que nous lui avons aſſigné, ſera un arc ſuffiſant de cette même ſphere; l'on voit que pour faire un miroir d'un foyer double d'un autre, il faut auſſi faire ſon diamétre double, afin qu'il ait un égal nombre de degrés de la ſphere dont ſa concavité fait partie.

Un Théleſcope dont le grand miroir auroit douze pieds de foyer, doit avoir un très-grand diamétre ſuivant cette même proportion qui ne ſe tire guere que de l'expérience. Les difficultés qu'il faut ſurmonter dans la conſtruction des grands Théleſcopes augmentent (à ne conſidérer ſeulement que les ſurfaces des miroirs) en raiſon du quarré de la longueur de leurs foyers, de ſorte qu'un Théleſcope de trente-deux pouces qui a le double en longueur d'un Théleſcope de ſeize pouces, eſt quatre fois plus difficile à exécuter, & ainſi des autres Théleſcopes plus grands; ce n'eſt pas tout, il faut encore donner au miroir une épaiſſeur raiſonnable, afin que le miroir ne plie pas lorſqu'on le polit. Comme l'on ne laiſſe pas d'employer beaucoup de force, il pourroit s'il étoit trop mince ne ſe pas polir également, & par conſéquent dégénérer de ſa figure, c'eſt à quoi il faut prendre garde, cette matiere eſt ſi élaſtique, que pour peu qu'on preſſe un miroir monté dans le Théleſcope,

leſcope, ce qui arrive ſi le reſſort qui le contient dans ſa place eſt trop roide, qu'alors le miroir en faiſant reſſort lui-même change de figure & donne des images confuſes, c'eſt d'après l'expérience que j'en parle, & je m'en ſuis apperçu en ſerrant imperceptiblement le reſſort qui preſſe le grand miroir dans l'inſtrument & enſuite en le relâchant.

Un miroir d'un Théleſcope de ſeize pouces de longueur doit avoir cinq lignes d'épaiſſeur, celui d'un Théleſcope de quatre pieds neuf lignes d'épaiſſeur, enfin le miroir d'un Théleſcope de quatorze à quinze pieds, ſera au moins de deux pouces d'épaiſſeur, ce qui fait à cauſe du diamétre proportionné à la longueur de l'inſtrument un poids très-conſidérable; c'eſt d'après ce que j'ai vû pratiqué, tant dans les Théleſcopes Anglois que dans ceux de nos meilleurs Artiſtes que je crois pouvoir déterminer ces épaiſſeurs.

Les défauts qui ſont imperceptibles dans les petits inſtruments, deviennent prodigieux dans les grands Théleſcopes, ils augmentent auſſi en raiſon du quarré de la longueur de leurs foyers, par conſéquent des défauts abſolument perdus dans un Théleſcope de ſix pouces de long, ſeroient mille vingt-quatre fois plus grand & plus ſenſibles dans un Théleſcope, dont le grands miroir aura ſeize pieds de foyer, & qui eſt trente-deux fois plus grand que celui de ſix pouces; & ſi les Théleſcopes ſont entr'eux comme dix-huit pouces, (ce qui eſt la grandeur commune) à ſeize pieds, les défauts qui ſeront comme neuf daus le premier de ces deux Théleſcopes, ſeront mille vingt-quatre fois plus grands dans le ſecond inſtrument. Cette légere idée

que l'on vient de donner des difficultés les plus matérielles qui ſe rencontrent dans la conſtruction des grands inſtruments, difficultés auſquelles on pourroit en joindre une multitude d'autres qui naîtroient d'une phiſique plus ſubtile, doit faire ſentir d'autant mieux le mérite de ceux qui réuſſiſſent dans les grands inſtruments, & combien on doit leur ſçavoir de degré quand ils viennent à vaincre des obſtacles preſque inſurmontables.

Depuis l'impreſſion de cét Ouvrage j'ai appris que le RR. PP. Pezenas Jeſuite, Sçavant Profeſſeur d'Hydrographie à Marſeille, avoit traduit en entier l'Ouvrage de Mr. Smith, cet Auteur méritoit un Traducteur auſſi éclairé, & nos plus habiles Artiſtes pourront trouver dans ce Traité quand on l'imprimera, d'excellentes inſtructions, tant pour la Théorie que pour la Pratique.

CHAPITRE TROISIEME.

Où l'on enſeigne à déterminer les proportions des Théleſcopes, ſoit catoptriques, ſoit dioptriques, lorſque l'amplification eſt donnée, ainſi que le degré de clarté & de netteté de l'image.

I.

DAns toutes ſortes de Théleſcopes & de doubles microſcopes, la confuſion apparente d'un objet donné, eſt directement comme l'aire d'aberration du foyer de l'objectif, & inverſement comme le quarré de la diſtance focale de l'oculaire, car dans la viſion à l'œil nud ou au travers des verres, la confuſion apparente d'un objet donné, eſt comme l'aire du cercle d'aberration * dans la peinture faite ſur la rétine, parce que tout point ſenſible de la rétine étant le centre d'un cercle d'aberration, ſera affecté en même-tems d'un mêlange de rayons d'autant de différents faiſſeaux qu'il y a de points ſenſibles dans l'aire de ce cercle & portera par conſéquent à lame une ſenſation confuſe du même nombre de points viſibles de l'objet d'où partent ces faiſſeaux de rayons, & ce nombre de points eſt comme l'aire du cercle d'aberration,

* Voyez la ſeconde Partie, Chapitre 3 ce qui a été dit ſur le cercle d'aberration.

quelle que ſoit la grandeur d'un point ſenſible de la rétine. Maintenant lorſque la viſion ſe fait au travers d'un Théleſcope, le diamétre d'un cercle d'aberration dans la peinture faite ſur la rétine, eſt comme la grandeur apparente du diamétre du cercle correſpondant d'aberration au foyer commun des deux verres ou miroir, c'eſt-à-dire comme l'angle ſou-tendu par le diamétre au centre de l'oculaire, ou ce qui revient au même comme ce diamétre directe, & comme la diſtance focale de l'oculaire inverſement, & ainſi l'aire de ce cercle d'aberration ſur la rétine, eſt comme l'aire du cercle correſpondant d'aberration au foyer de l'objectif directement, & comme le quarré de la diſtance focale de l'oculaire inverſement.

II.

De-là il ſuit que dans toutes ſortes de Théleſcopes & de doubles Microſcopes, un objet donné paroît également diſtinct quand les diſtances focales des oculaires ſont comme les diamétres des cercles d'aberrations au foyer de l'objectif.

III.

L'aberration dans la confuſion qui peut venir des aberrations cauſées par les oculaires, n'eſt pas conſidérée ici comme étant trop peu conſidérable; nous conſidérons ſeulement la confuſion de ces points dans l'image qui ſont très voiſins de l'axe du Théleſcope, tel que le point *q* dans la figure; or ſi ce point étoit

parfaitement distinct, les rayons qui en viennent sortiroient de l'oculaire suivant des lignes qu'on pourroit regarder sans erreur comme paralleles, parce que la largeur de ce cilindre de rayons est extrêmement petite en comparaison de la largeur de l'oculaire, qui est à la largeur de l'ouverture de l'objectif comme leur distance focale, & que les réfractions à de si petites distances de l'axe, sont suffisamment régulieres; c'est la grandeur de l'ouverture de l'objectif & de la distance focale qui cause l'irrégularité dans la réfraction, joignez à cela que les rayons différemment réfrangibles, ne peuvent pas s'écarter sensiblement en traversant un aussi petit espace que celui qui est entre l'oculaire & l'œil; de plus l'expérience nous apprend que les objets & les images distincts par eux-mêmes, paroissent suffisamment distincts au travers de très-petits oculaires quand leurs ouvertures sont très-petites.

IV.

Dans les Théleſcopes par réfraction, la confusion apparente d'un objet donné est directement comme l'aire de l'ouverture de l'objectif, & inversement comme le quarré de la distance focale de l'oculaire, cela suit de la proposition premiere, parce que l'aire du cercle d'aberration au foyer de l'objectif est comme l'aire de son ouverture, * & que l'aberration produite par l'oculaire, & par la sphéricité des deux verres ou miroirs est négligeable.

Dans les Théleſcopes à réfraction, un objet donné paroît également distinct, quand les diamétres des

* Part. II. Chap. 3. Art. XIV.

ouvertures de leurs objectifs ſont comme les diſtances focales de leurs oculaires.

V.

Dans toutes ſortes de Théleſcopes ou de doubles Microſcopes, la clarté apparente d'un objet donné eſt comme le quarré de leurs ouvertures linéaires directement, & comme le quarré de leur amplification linéaire inverſement.

Car ſi les quarrés des amplifications linéaires, c'eſt-à-dire les aires des peintures faites ſur la rétine étoient les mêmes, leur clarté ſeroient comme les quantités de Lumiere qui tombent ſur les aires de leurs ouvertures, c'eſt-à-dire comme les quarrés de ces ouvertures linéaires, & ſi les ouvertures ou quantités de Lumiere étoient les mêmes la clarté des peintures ſeroient comme leurs aires inverſement, ou comme le quarré de leur amplification inverſement; donc lorſque, ni les ouvertures ni les amplifications ne ſeront les mêmes, la clarté eſt comme le quarré des ouvertures linéaires directement, & comme le quarré des amplifications inverſement *c. q. f. d.* de-là il ſuit que dans les Théleſcopes à réfléxion & à réfraction, un objet donné paroîtra également lumineux quand l'ouverture linéaire ſera comme l'amplification linéaire, c'eſt-à-dire comme la diſtance focale de l'objectif directement, & comme la diſtance focale de l'oculaire inverſement.

Si la largeur de l'ouverture d'un objectif & la diſtance focale de l'oculaire augmentent chacune en rai-

ſon donnée, la netteté de la peinture reſtera la même, & l'amplification linéaire diminuera dans la même raiſon, mais la clarté apparente ſera augmentée dans la raiſon quadruplée de la premiere raiſon, & au contraire. Mr. Huguens a remarqué que ces loix pour la netteté des images ne s'accordoit pas exactement avec l'expérience, c'eſt en examinant le même objet par le moyen de différents Théleſcopes, ou avec le même Théleſcope & différentes ouvertures qu'il s'en apperçût, il remarquât que par les plus larges ouvertures, l'objet ne paroiſſoit pas abſolument auſſi net que par la plus petite ; il a trouvé encore qu'en regardant des objets plus ou moins lumineux avec la même ouverture, que la confuſion apparente des objets les plus brillants étoit un peu plus grande que celle des objets plus obſcurs, c'eſt pourquoi l'ouverture qui convient aux planetes les plus obſcures, peut être rendue un peu plus large que pour les plus brillantes.

VI.

Dans les Théleſcopes par réfléxion, la confuſion apparente d'un objet donné, eſt comme la ſixiéme puiſſance du diamétre de l'ouverture du miroir directement, & comme la quatriéme puiſſance de la diſtance focale inverſement, & de plus comme le quarré de la diſtance focale de l'oculaire inverſement.

Car l'aire du cercle d'aberration dans le foyer du miroir, eſt comme la ſixiéme puiſſance de ſon ouverture linéaire & comme la quatriéme puiſſance inver-

ſement, * & par conſéquent la confuſion apparente de l'objet eſt comme la ſixiéme puiſſance de l'ouverture linéaire directement, & comme la quatriéme puiſſance de la diſtance focale du miroir inverſement, & de plus comme le quarré de la diſtance focale de l'oculaire inverſement.

VII.

Corollaire. Dans les Théleſcopes à réfléxion, un objet donné paroît également diſtinct quand les cubes des ouvertures linéaires des miroirs ſont comme les ſolides dont les baſes ſont les quarrés des diſtances focales des miroirs & dont les hauteurs ſont les diſtances focales des oculaires, ou quand les diſtances focales des oculaires ſont comme les cubes des ouvertures linéaires des miroirs appliqués aux quarrés de leurs diſtances focales.

VIII.

Dans les Théleſcopes par réfraction de différentes longueurs, un objet donné paroîtra également clair & diſtinct quand leurs ouvertures linéaires & leurs diſtances focales de l'oculaire ſeront l'un à l'autre en raiſon ſous-doublée de leur longueur ou de la diſtance focale de leur objectif, & alors leur amplifications linéaires ſeront en raiſon ſous-doublée de leur longueur, car pour rendre l'objet également lumineux, le pro-

* Partie II. Chap. 3. Art. V.

duit

duit de l'ouverture linéaire & de la distance focale de l'oculaire doit être comme la longueur du Théleſcope, & pour le faire voir également distinct l'ouverture linéaire doit être comme la distance focale de l'oculaire: donc pour satisfaire à ces deux points à la fois, il faut que le quarré de l'ouverture linéaire, & le quarré de la distance focale de l'oculaire soient chacun séparément, comme le produit de l'un par l'autre, ou comme le quarré du Théleſcope, & conséquemment l'ouverture linéaire aussi bien que la distance focale de l'oculaire, sera comme la racine quarrée de cette longueur. Quant à l'amplification qui est comme l'ouverture linéaire, elle sera donc aussi comme la racine quarrée de la largeur du Théleſcope.

IX.

Le Théleſcope de comparaison de Mr. Huygens de trente pieds, * comporte une ouverture dont la largeur est de trois pouces, & un oculaire dont la distance focale est de trois pouces trois dixiémes d'après ces mesures, il a formé la Table suivante pour les ouvertures & les oculaires de tous les autres Théleſcopes en se fondant sur la regle que voici.

Multipliés le nombre de pieds de la distance focale de l'objectif proposé par 3000, & la racine quarrée du produit, donnera la largeur de son ouverture en centiéme de pouces, & cette même largeur augmen-

* J'ai placé à la fin de ce Chapitre la Table pour les ouvertures & les oculaires des Théleſcopes.

tée d'un dixiéme, donnera la distance focale de l'oculaire en centiémes de pouces ; quant aux amplifications elles sont comme les largeurs des ouvertures ; car puisque le Théleſcope de comparaiſon eſt de trente pieds de diſtance focale pour l'objectif, prenez F pour le nombre de pieds de toute autre diſtance focale, & dite (par la propoſition précédente) comme $\sqrt{30}$ à $\sqrt{F}$, ainſi l'ouverture de comparaiſon trois pouces, ou 300 centiémes, ou $\sqrt{300 \times 300}$ à l'ouverture cherchée qui ſera par conſéquent $\sqrt{3000\,F}$ en centiéme de pouces ; la diſtance focale de l'oculaire du Théleſcope de comparaiſon, eſt $3\frac{3}{10}$ pouces, c'eſt-à-dire $\frac{1}{10}$ de plus que la largeur de l'ouverture de l'objectif, conſéquemment la diſtance focale du nouvel oculaire, doit être $\frac{1}{10}$ de plus de l'ouverture linéaire du nouvel objectif par la derniere propoſition.

X.

Il ajoûte encore les regles ſuivantes pour rendre les Théleſcopes propres à toutes ſortes d'objets vûs de jour ou de nuit ; elles ſont reglées dans la Table ſuivante pour les obſervations Aſtronomiques, & demanderont par conſéquent plus de Lumiere que quand on les employe dans le jour ; car quand l'œil eſt ébloui par la clarté du jour, les objets qui de nuit paroîtront ſuffiſamment clairs, ne ſemblent plus qu'obſcurs, c'eſt pourquoi dit Mr. Huygens, quand je me ſuis ſervi de ces Théleſcopes pour obſerver des objets de jour, j'ai trouvé qu'il falloit changer les oculaires pour les autres, & rendre les diſtances focales doubles

des premieres ; de cette maniere la clarté apparente devient quadruple, parce que les ſurfacés des images au fond de l'œil, étoient diminuées en même proportion ; car comme l'ouverture demeure inaltérée, la quantité de Lumiere l'eſt auſſi, & partant elle en illumine d'autant plus un eſpace moindre.

Maintenant ſi l'ouverture étoit augmentée ſans changer l'oculaire, la clarté croîtroit auſſi ; mais alors l'iris venant de la plus grande aberration ſeroit auſſi plus grand, & par conſéquent cet expédient ne peut être employé.

XI.

Mais, dira-t-on, puiſqu'en ſubſtituant un oculaire d'une plus grande diſtance focale, on diminue la confuſion apparente juſqu'ici examinée ; pourquoi ne pourroit-on pas augmenter l'ouverture de l'objectif, en telle maniere qu'on retrouvât le même degré de confuſion qui appartient au Théleſcope calculé par la table, car on tire de-là plus de Lumiere & la netteté n'eſt pas altérée ; à cela je réponds ce que j'ai déja touché ci-deſſus, que l'iris produit par l'aberration remarquée par Mr. Newton (celle de la diverſité des réfrangibilités) quoique la même en quantité devient plus ſenſible à proportion de la clarté de l'image, car le brillant de l'iris augmente en même tems, & l'expérience nous apprend qu'auſſi-tôt qu'on augmente l'ouverture des Théleſcopes employés le jour, l'iris qui vient de l'aberration des objets les plus brillants, devient déſagréable & incommode à la vûe, ainſi l'ouverture ne doit donc pas être altérée.

XII.

On demandera encore si un Théleſcope ajuſté ſur Saturne, pourra être employé à obſerver la Lune qui eſt cent fois plus brillante, (je veux dire dans chaque partie égale, quoique non dans le tout à cauſe qu'elle eſt dix fois plus voiſine du Soleil) on demandra, dis-je, ſi la largeur de l'ouverture & la diſtance focale de l'oculaire ne pourroit pas être diminuée dans la même proportion, afin de rendre les régions de la Lune, non pas plus brillantes que celles de Saturne, mais beaucoup plus grandes en apparence qu'auparavant : par exemple, dans un Théleſcope de trente pieds, ſi la largeur de trois pouces donnée eſt réduite à $\sqrt{\frac{9}{10}}$ d'un pouce, c'eſt-à-dire un peu au-deſſous de $\sqrt{\frac{9}{9}}$, ou ce qui revient au même, qu'on la rende un peu moins du tiers de ce qu'elle étoit d'abord, & que de même la diſtance focale de l'oculaire, ſoit racourcie dans la même proportion, les clartés apparentes dans ces deux Théleſcopes, l'objet étant le même devroient être en raiſon quadruplée de 3 à $\sqrt{\frac{9}{10}}$, c'eſt-à-dire dans le rapport de 100 à 1, & puiſque les régions de la Lune ſont cent fois plus brillantes que celles de Saturne, la Lune devroit paroître auſſi brillante dans le Théleſcope le plus obſcur que Saturne dans le Théleſcope le plus lumineux ; de plus la confuſion apparente juſqu'ici conſidérée, ſeroit auſſi la même dans les deux, & l'amplification de la Lune ſeroit plus grande que celle de Saturne dans la raiſon de 3 à $\sqrt{\frac{9}{10}}$, qui eſt un peu plus que triple, ainſi cette ré-

duction de l'ouverture & de l'oculaire semble très-avantageuse ; mais dans la réalité il en est tout différemment, & cela par deux raisons. 1°. Parce que les petites parties de la Lune peuvent être mieux discernées quand toute la Lumiere demeure dans le Théleſcope, que quand on l'a réduit à une centiéme partie, quoique non pas dans la même proportion. 2°. Parce que quand l'ouverture est trop resserrée, le contour des peintures ou de l'image dans l'œil devient confus, ce à quoi il est essentiel de faire attention ainsi qu'aux limites de cette confusion, il est certain qu'à mesure qu'on resserre l'ouverture, les petits faisceaux ou cilindres de rayons qui sortent de l'oculaire & viennent à l'œil, sont contractés aussi dans la même raison ; or si la largeur d'un de ces faisceaux est moindre que $\frac{1}{5}$ ou $\frac{1}{6}$ de ligne, c'est-à-dire moindre que $\frac{1}{60}$ ou $\frac{1}{72}$ de pouce, le contour de l'image sera gâté par quelque raison inconnue qui dépend de la construction de l'œil, soit que cela vienne de la choroide ou de la retine, ou des humeurs, car en regardant au travers d'un trou moindre * d'un $\frac{2}{5}$ ou $\frac{1}{6}$ de ligne fait dans une plaque mince, le tranchant des objets commence à paroître confus, & le devient d'autant plus que ce trou est fait plus petit, maintenant il est aisé de montrer dans le dernier Théleſcope dont on vient de parler,

* On pourroit expliquer assez facilement ce me semble la confusion que l'on trouve dans le contour d'un objet lorsqu'on le regarde par un très-petit trou en la rapportant à l'attraction des parois du trou sur les rayons de Lumiere qui fait le même effet que dans l'expérience des couteaux dont nous ayons parlé, premiere Partie, Chapitre 3 ; mais quant à l'inconvénient du trop grand resserrement des faisceaux de rayons produit par l'objectif, la difficulté me paroît beaucoup plus grande.

que le cilindre des rayons eſt fort mince, car en augmentant l'ouverture de $\frac{1}{10}$, la diſtance focale de l'oculaire devient $\sqrt{\frac{9}{10}} + \frac{1}{10}\sqrt{\frac{9}{10}}$, ou $\frac{11}{10}\sqrt{\frac{9}{10}}$ de pouce ; & à cauſe des triangles ſemblables ſous-tendus au foyer commun q, par l'ouverture & par le cilindre cherché, la diſtance focale de l'objectif eſt à la diſtance focale de l'oculaire, comme la largeur de l'ouverture à la largeur du cilindre ; ainſi pour avoir cette largeur on dira comme 30 pieds ou 360 pouces à $\frac{11}{10}\sqrt{\frac{9}{10}}$ poucês, ainſi $\sqrt{\frac{9}{10}}$ de pouce à $\frac{11}{400}$ pouces, qui eſt envion $\frac{1}{30}$ de ligne, quantité bien moindre que $\frac{1}{6}$ de ligne ; mais dans les Théleſcopes reglés par la Table ſuivante ; on a comme 360 à $3\frac{1}{10}$, ainſi 3 à $\frac{11}{400}$ de pouce ou environ $\frac{1}{5}$ ligne pour la largeur de ce cilindre, ce qui ne peut avoir aucun inconvénient ; de là nous voyons comment la largeur de l'ouverture & la diſtance focale de l'oculaire, ne peuvent pas être contractées plus d'un tiers de leur grandeur, car même alors la largeur du cilindre à l'œil n'excédera pas beaucoup $\frac{1}{5}$ de ligne ; on doit attendre la même choſe des Théleſcopes de toutes les longueurs reglées d'après la Table, la largeur du cilindre étant la même dans tous ; car ſuivant la proportion dont nous venons de porter, elle égale la largeur de l'ouverture multipliée par la diſtance focale de l'oculaire & diviſée par la diſtance focale de l'objectif, & conſéquemment elle eſt proportionnelle à l'ouverture directement & à l'amplification linéaire inverſement, & ces deux raiſons doivent compoſer une raiſon d'égalité pour conſerver la même clarté apparente par l'Art. III.

XIII.

Ainſi quoique nous employons pour Venus un de ces Théleſcopes diſpoſé pour Saturne, & que la Lumiere de Venus ſoit deux cens vingt-cinq fois plus brillante, étant quinze fois plus voiſine du Soleil, il arrive cependant que la largeur de l'ouverture ne doit pas être contractée de plus de $\frac{1}{3}$ du total, & s'il reſte encore trop de Lumiere, on la diminuera en obſcurciſſant l'oculaire avec la fumée d'une chandelle, car outre la raiſon que nous venons d'apporter contre la contraction de l'ouverture ; il y a encore celle-ci que toutes les petites bules & veines de l'oculaire deviennent plus ſenſibles à la vûe, en interpoſant en entier ou en grande partie ces petits cilindres dont on vient de parler, & par conſéquent les particules de l'objet d'où elles viennent.

XIV.

De tout ceci je conclus que nous pouvons allonger nos Théleſcopes à volonté ſuivant les loix données dans la Table ſans manquer de réuſſir, non-ſeulement parce que la clarté & la netteté reſteront les mêmes, mais encore parce que la largeur des faiſſeaux qui entrent dans l'œil ne ſera pas non plus altérée ; enfin pour obſerver des Etoiles extrêmement petites, principalement les ſatellites de Jupiter & de Saturne ; le meilleur moyen eſt d'augmenter conſidérablement l'ouverture & la diſtance focale de l'oculaire, car puiſque ces Aſtres paroiſſent comme des points mê-

mes au travers des Théleſcopes, il n'y auroit rien à gagner de s'efforcer d'augmenter leur diamétre, mais leur Lumiere doit être augmentée autant qu'il eſt poſſible, & c'eſt ce qui eſt principalement produit par l'augmentation des ouvertures en doublant leur largeur, la Lumiere qui y eſt reçûe devient quadruple, & doublant alors auſſi la diſtance focale de l'oculaire, la netteté ſe retrouve la même que dans le premier cas, mais la clarté n'en deviendra pas pour cela ſeize fois plus conſidérable, à cauſe que comme je l'ai dit, l'image de l'étoile ſur la rétine n'eſt qu'un point ſenſible, dont la clarté ne ſçauroit par conſéquent être augmentée par une diminution de ſa largeur, mais ſeulement par une augmentation de nouvelle Lumiere; il n'en eſt pas de même lorſque nous appercevons la Lune & les planetes principales avec le même Théleſcope, dont les différentes parties reçoivent ſeize fois plus de Lumiere qu'auparavant, ainſi en élargiſſant l'ouverture nous rendrons le Théleſcope beaucoup plus propre à découvrir les petites Etoiles & les Satellites de Jupiter & de Saturne, au point qu'avec un Théleſcope de trente pieds, dont l'ouverture ſera de ſix pouces ou double de l'ouverture ordinaire, on pourra tirer autant de ſecours pour les obſervations que d'un Théleſcope de cent vingt pieds, dont l'ouverture ſeroit, ſuivant la Table, de ſix pouces.

XV.

Dans les Théleſcopes à réfléxion de diverſes longueurs, un objet donné paroîtra également brillant & également

également distinct quand leurs ouvertures linéaires, ainsi que leurs amplifications seront comme les racines quarrées des cubes de leur longueur, que A soit l'ouverture linéaire du miroir concave, L sa distance focale ou la longueur du Théleſcope F, la distance focale de l'oculaire, on aura par l'Article VII, quand la netteté est donnée, l'amplification ou $\frac{L}{F}$, est comme A (III) ou ce qui revient au même E, comme $\frac{L}{A}$; donc quand la clarté & la netteté sont données à la fois, on aura A^3 comme $\frac{L^3}{A}$ ou A^4, comme L^3 ou A comme $\sqrt[4]{L^3}$; mais l'amplification $\frac{L}{F}$ étoit comme A, c'est-à-dire comme $\sqrt[4]{L^3}$, donc F est comme $\frac{\sqrt[4]{L^4}}{\sqrt[4]{L^3}}$, ou $\sqrt[4]{L}$ *c. q.* F. D.

XVI.

Dans le Théleſcope par réfléxion fait & décrit par M. J. Hadley de la Société Royale de Londres, dans les Transactions Phyloſophiques, N°. 376 & 378, $L = 62\frac{1}{2}$ pouces, $F = \frac{1}{3}$ ou $\frac{3}{10}$, ou $\frac{11}{40}$ de pouces, car il donne trois différents oculaires avec les ouvertures reſpectives du miroir concave, dont les diamétres ſont $4\frac{1}{2}$ pouces, 5 pouces & $5\frac{1}{2}$ pouces; delà les amplifications linéaires ou $\frac{L}{F}$ ſont reſpectivement comme $187\frac{1}{2}$, $208\frac{1}{3}$, $227\frac{3}{11}$, prenant l'oculaire

moyen & l'ouverture qui y répond pour baſe. J'ai calculé la Table ſuivante de toutes les longueurs, à donner aux Théleſcopes en me fondant ſur cette regle.

Soit L le nombre de pouces contenus dans la longueur du Théleſcope, la diſtance focale de ſon oculaire ſera égale à $60 \sqrt[4]{10\,L}$ en milliémes de pouce; diviſant alors L par $60 \sqrt[4]{10\,L}$ ou F, le quotient ſera l'amplification, qui multipliée par 24 donnera l'ouverture linéaire en milliémes de pouce; car par la prop. préc. $\sqrt[4]{L}$ eſt comme F, c'eſt-à-dire que $\sqrt[4]{62\frac{1}{2}}$ ou $\sqrt[4]{\frac{125}{2}}$, ou $\sqrt[4]{\frac{625}{10}}$, ou $5\sqrt[4]{\frac{1}{10}}$ eſt à $\sqrt[4]{L}$, comme $\frac{3}{10}$, ou 300 milliémes de pouces, au nombre de milliémes de pouces de l'oculaire correſpondant, ou $F = 60\sqrt[4]{10\,L}$, & l'ouverture étant comme l'amplification par la préſente propoſition, dite comme l'amplification donnée ou $208\frac{1}{3}$, eſt à $\frac{L}{F}$, amplification trouvée, ainſi 5 pouces ou l'ouverture donnée ſont à l'ouverture cherchée $\frac{5}{208\frac{1}{3}} \times \frac{L}{F} = \frac{24\,L}{1000\,F}$ en pouces.

XVII.

Sans l'inégale réfrangibilité des rayons, les Théleſcopes à réfraction, quoique moins cours que ceux à réfléxions, auroient auſſi leur longueur déterminée par cette même régle, laquelle ne s'accordant pas avec l'expérience, eſt une nouvelle preuve de ce que

l'aberration produite par la ſphéricité des verres, eſt très-peu de choſe en comparaiſon de celle qui vient de l'inégalité des denſités des différents rayons.

Longueur des téleſcopes ou diſtances focales des objectifs.	Ouverture linéaire des objectifs.	Diſtance focale des oculaires.	Amplification linéaire.	Long. des téleſcop. ou diſtance focale du miroir concave.	Diſtance focale de l'oculaire.	Amplification linéaire.	Ouverture linéaire du miroir concave.
Pieds.	Pouc. & déc.			½ pieds.	Milliemes de pouces.		Milliemes de pouces.
1	0.55	0.61	20	1	0.167	36	0.864
2	0.77	0.85	28	2	0.199	60	1.440
3	0.95	1.05	34	3	0.236	102	2.448
4	1.09	1.20	40	4	0.261	138	3.312
5	1.23	1.35	45	5	0.281	171	4.104
					0.297	202	4.848
6	1.34	1.47	49	6	0.311	232	5.568
7	1.45	1.60	53	7	0.323	260	6.240
8	1.55	1.71	56	8	0.334	287	6.888
9	1.64	1.80	60	9	0.344	314	7.536
10	1.73	1.90	63	10	0.353	340	8.160
13	1.97	2.17	72	11	0.362	305	8.760
15	2.12	2.32	77	12	0.367	390	9.360
20	2.45	2.70	89	13	0.377	414	9.936
25	2.74	3.01	100	14	0.384	437	10.488
30	3.00	3.30	109	15	0.391	460	11.040
35	3.24	3.56	118	16	0.397	483	11.592
40	3.46	3.81	126	17	0.403	506	12.143
45	3.67	4.04	133				
50	3.87	4.26	141				
55	4.06	4.47	148				
60	4.24	4.66	154				
70	4.58	5.04	166				
80	4.90	5.39	178				
90	5.20	5.72	189				
100	5.48	6.03	199				
120	6.00	6.60	218				
140	6.48	7.13	235				
160	6.93	7.62	252				
180	7.35	8.09	267				
200	7.75	8.53	281				
220	8.12	8.93	295				
240	8.48	9.33	308				
260	8.83	9.71	321				
280	9.16	10.08	333				
300	9.49	10.44	345				
400	10.95	12.05	398				
500	12.25	13.47	445				
600	13.42	14.76	788				

Ces proportions dans la Table de Mr. Huguens pour les téleſcopes à réfraction, ont pour échelle le pied du Rhin qui eſt au pied Anglois, comme 139 à 135, en ſorte qu'en prenant leur longueur d'autant de pieds Anglois, leur ouverture & leur oculaires, & les amplifications linéaires, doivent être diminuées dans la raiſon ſousdoublée de 139 à 135, par l'article 8 du Chapitre 3; ce qui eſt à peu près la raiſon de 139 à 137, ou environ $\frac{1}{69}$ ou $\frac{1}{70}$ du tout.

LE Problême dont on va trouver la ſolution appartient à la Catoptrique, & je le donne dans cet ouvrage où il paroîtra placé; comme l'on peut être curieux de ſçavoir la différence des effets d'un miroir plan & d'un miroir ſphérique, j'ai jugé à propos de rapporter ici ce que j'ai démontré dans les Mémoires de l'Académie à l'occaſion du nouveau miroir que M. de Buffon a fait conſtruire en 1748.

PROBLEME.

Trouver la quantité de Lumiere réfléchie par un miroir circulaire & plan à une diſtance quelconque.

Que TAR repréſente un miroir plan circulaire quelconque, expoſé perpendiculairement à l'action des rayons du Soleil, & FG un plan placé à une diſtance telle que l'on voudra du miroir; on demande la quantité de Lumiere reçûe ſur le plan, en ſuppoſant qu'il ſoit perpendiculaire à l'axe AB du miroir TAR, & qu'il ſoit terminé par un cercle d'un rayon donné BF.

Si on imagine que de tous les points de la circonférence TR on tire des lignes qui atteignent les extrêmités du cercle SNHN qu'on ſuppoſe placé à l'infini, & repréſenter le diſque du Soleil, on aura un cone, dont le ſommet ſeroit en L dans le prolongement de l'axe AC, à une diſtance telle que l'angle TLR ſeroit d'environ 32′, c'eſt-à-dire, l'angle ſous

lequel on voit le diamétre du Soleil: ce cone renfermera tous les rayons que le Soleil darde ſur le miroir; de plus les ſections de ce cone, par des plans quelconques, repréſenteront toûjours les images du Soleil que le miroir TAR renvoye ſur ces plans. Quant aux degrés de Lumiere qu'auront ces différentes images, & les différentes parties de la même image, ils ſeront variables. En ſuppoſant que TIR ſoit le cone donné par les rayons TI, RI, qui deviennent les rayons ST, HR, &c: après leur réfléxion, lequel cone eſt égal & oppoſé au premier TLR, il eſt clair que toutes les tranches de ce dernier ſeront d'un même ton de Lumiere, & que cette Lumiere, tant que le plan coupant ſera entre A & I, ſera compoſée des rayons de tout le diſque du Soleil: il eſt clair auſſi que les tranches du même cone qui ſeront par de-là le point I, ne ſeront éclairées que d'une partie du diſque du Soleil, laquelle ſera un cercle, dont le rayon ſera à celui du diſque du Soleil, comme la diſtance AI eſt à la diſtance du miroir au plan coupant; enfin toutes les parties des tranches ou images, qui ſeront entre le cone oppoſé TIR, & le cone tronqué STRH, ne ſeront éclairées que par des parties du diſque, telles que NXNH terminées par deux ſegmens de cercle NXN, NHN. Pour trouver l'eſpace NXNH, qui éclaire un point quelconque P du cercle FG, préſenté en GB pour recevoir la réfléxion du miroir, on menera PQ perpendiculaire ſur le plan du miroir, & double de la diſtance de P au miroir; prenant enſuite Q pour ſommet, & le cercle TR pour baſe, on imaginera un cone XTQRV, &

la section XN, VN de ce cone par le plan où l'on suppose le disque du Soleil, donnera un cercle dont la partie NXNH commune au disque du Soleil, sera la partie qui éclaire le point P.

Si on veut donc avoir la partie de Lumiere reçûe sur un plan quelconque FG, il faudra le regarder comme composé d'une infinité de petites couronnes $P\,l\,p$, chacune éclairée par un segment NXNH du disque du Soleil; prendre ensuite la somme de toutes ces petites quantités de Lumiere, pour avoir toute la Lumiere reçûe par la couronne, dont la largeur est EF, & y ajoûter la Lumiere uniforme reçûe par le cercle, dont le rayon est BE, laquelle Lumiere vient de tout le disque du Soleil, ou d'un cercle retranché sur ce disque suivant que le plan FG sera en-deçà ou en-de-là de I.

Soient nommés présentement le rayon AT; α, la hauteur AI du cone TIR, dont l'angle générateur est de 16 minutes; a, la distance BA, du plan donné au miroir; $\frac{a}{m}$, le rayon du disque du Soleil; I, la surface entiere de son disque; d, le rayon Bp de la couronne quelconque $P\,l\,p$; x, $\frac{c}{r}$ le rapport de la circonférence au rayon; l'on aura $\frac{c\,x\,d\,x}{r}$ pour la surface de la petite couronne $P\,l\,p$, & il ne sera plus question que de multiplier cette couronne par l'espace NXNH pour avoir la quantité de Lumiere qu'elle reçoit; mais pour avoir l'espace NHNX, il faut commencer par trouver le centre & le rayon du cercle XNV. On voit d'abord

que le centre O ſe trouvera en prolongeant QA, & que la diſtance CO de ce centre à celui du Soleil ſera exprimée par $\frac{mx}{x}$; on verra de même que le rayon o X ou o V aura pour valeur m : nommant alors z la perpendiculaire NK abaiſſée du point N où le cercle XNV coupe le diſque du Soleil, on aura $2\int \frac{z^2 dz}{\sqrt{(1-zz)}}$ pour la valeur du ſegment NSNK, & $2\int \frac{zz dz}{\sqrt{(mm-zz)}}$ pour celle du ſegment NKNX, d'où . . . . . $d - 2\int \frac{zz dz}{\sqrt{(1-zz)}} + 2\int \frac{zz dz}{\sqrt{(mm-zz)}}$, ſera la partie XNHN du Soleil qui éclaire la couronne $P\,lp$, & $\frac{d\,c\,x\,dx}{r} - \frac{2\,c\,x\,dx}{r}\int \frac{zz dz}{\sqrt{(1-zz)}} + \frac{2\,c\,x\,dx}{r}\int \frac{zz dz}{\sqrt{(mm-zz)}}$ la quantité de Lumiere reçûe par cette couronne ; quantité qu'il ne s'agit que d'intégrer pour avoir la Lumiere reçûe ſur toute la couronne dont la largeur eſt PE.

Avant de ſubſtituer dans cette quantité à la place de x ſa valeur en z, on peut mettre ſon intégrale ſous cette forme, $\frac{d\,c\,x\,x}{2r} - \frac{c\,x\,x}{r}\int \frac{zz dz}{\sqrt{(1-zz)}} + \frac{c}{r}\int \frac{xx\,zz dz}{\sqrt{(1-zz)}} + \frac{c\,x\,x}{r}\int \frac{zz dz}{\sqrt{(mm-zz)}} - \frac{c}{r}\int \frac{xx\,zz dz}{\sqrt{(mm-zz)}}$, dont les deux premiers termes & le quatriéme n'ont pas beſoin de la relation entre x & z ; puiſqu'ils ſont déja intégres & auſſi ſimples qu'ils puiſſent l'être.

Quant aux deux autres termes $\frac{c}{r}\int \frac{xx\,zz dz}{\sqrt{(1-zz)}} - \frac{c}{r}$

$\int \frac{xx\zeta\zeta d\zeta}{\sqrt{(mm-\zeta\zeta)}}$, il eſt évident qu'ils ont beſoin de la transformation de z en x, ou de celle de x en z. Pour faire cette transformation, je remarque que $\frac{mx}{\alpha}$ ou CO doit être égal à KO — KC ou à . . . . . : $\sqrt{(mm)} - zz - \sqrt{(1-zz)}$ & j'ai $x = \frac{\alpha}{m}$ $[\sqrt{(mm-zz)} - \sqrt{(1-zz)}]$ qui donne $xx = \frac{\alpha^2}{mm}[mm+1-2zz-2\sqrt{(mm-zz)}\sqrt{(1-zz)}]$; & par conſéquent pour $\frac{c}{r}\int \frac{xx\zeta\zeta d\zeta}{\sqrt{(1-\zeta\zeta)}}$ $-\frac{c}{r}\int \frac{xx\zeta\zeta d\zeta}{\sqrt{(mm-\zeta\zeta)}}$ la quantité . . . . . :

$\frac{\alpha\alpha c}{mmr}\int[mm+1-2zz-2\sqrt{(mm-zz)}\sqrt{(1-z^2)}]$ $\frac{\zeta^2 d\zeta}{\sqrt{(1-\zeta^2)}} - \frac{\alpha\alpha c}{mmr}\int[mm+1-2zz-2\sqrt{(mm-zz)}\sqrt{(1-zz)}]$ $\frac{\zeta\zeta d\zeta}{\sqrt{(mm-\zeta\zeta)}}$ qui ſe réduit à $\frac{\alpha\alpha c}{mmr}\int \frac{(mm+3)\zeta\zeta d\zeta}{\sqrt{(1-\zeta\zeta)}} - \frac{(3mm+1)\zeta\zeta d\zeta}{\sqrt{(mm-\zeta\zeta)}}$ $+4\frac{\alpha\alpha c}{mmr}\int \frac{\zeta^4 d\zeta}{\sqrt{(mm-\zeta\zeta)}} - \frac{\zeta^4 d\zeta}{\sqrt{(1-\zeta\zeta)}}$ ou à $\frac{\alpha\alpha c}{mmr}$ $\int \frac{mm\zeta\zeta d\zeta}{[\sqrt{1-\zeta\zeta)}} - \frac{\zeta\zeta d\zeta}{\sqrt{(mm-\zeta\zeta)}} + \frac{\alpha\alpha c}{mmr}[z^3\sqrt{(1-zz)}$ $-z^3\sqrt{(mm-zz)}]$ à cauſe que $\int \frac{\zeta^4 d\zeta}{\sqrt{(1-\zeta\zeta)}} = -\frac{1}{4}$ $z^3\sqrt{(1-zz)} + \int \frac{3\zeta\zeta d\zeta}{4\sqrt{(1-\zeta\zeta)}}$, & que $\int \frac{\zeta^4 d\zeta}{\sqrt{(mm-\zeta\zeta)}}$ $= -\frac{1}{4}z^3\sqrt{(mm-zz)} + \frac{3mm\zeta\zeta d\zeta}{4\sqrt{(mm-\zeta\zeta)}}$; on a donc

par ce moyen pour l'intégrale entiere ou la Lumiere reçûe sur la couronne PE, la quantité $\frac{dcxx}{2r} - \frac{cxx}{r}$

$\int \frac{zzdz}{\sqrt{(1-zz)}} + \frac{cxx}{r}\int \frac{zzdz}{\sqrt{(mm-zz}} + \frac{\alpha\alpha c}{mmr}$ . . . . . .

$[mm\int \frac{zzdz}{\sqrt{(1-zz)}} - \int \frac{zzdz}{\sqrt{(mm-zz)}}] + \frac{\alpha\alpha c}{mmr}[z^3\sqrt{(1-zz)} - z^3\sqrt{(mm-zz)}]\frac{dc}{2r}(BE^2)$ où j'ai ajoûté la constante $\frac{dc}{2r}(BE^2)$, afin que x étant égal à BE, tout se détruise.

Or cette valeur, en mettant à la place de $2\int \frac{zzdz}{\sqrt{(1-zz)}}$ sa valeur NXNS, & de $2\int \frac{zzdz}{\sqrt{(mm-zz)}}$, sa valeur NKNX à la place de $\sqrt{(mm-zz)} - \sqrt{(1-zz)}$ sa valeur $\frac{mx}{\alpha}$, se changera en $\frac{cxx}{2r} \times NXNH + \frac{\alpha\alpha c}{2mmr} \times (mm-1) \times NKNS + \frac{\alpha\alpha c}{2mmr} \times NXNS - \frac{\alpha cx}{mr} \times \frac{NK^3}{cS} - \frac{dc}{2r} \times BE^2$, ou $(\frac{cxx}{2r} - \frac{\alpha\alpha}{2mmr})NXNH + \frac{\alpha\alpha c}{2mmr} \times (mm-1) \times NKNS - \frac{\alpha cx}{mr} \times \frac{NK^3}{CS} + \frac{\alpha\alpha c}{2mmr} \times d - \frac{dc}{2r} \times BE^2$.

Si on suppose que le plan FLP soit placé en deça de IL, pour avoir la Lumiere totale qu'il reçoit, il faudra ajoûter à cette quantité $\frac{dc}{cr} \times BE^2$ qui exprime la

Lumiere reçûe par le cercle dont le rayon eſt BL, & elle ſe réduira alors à $\left(\frac{cxx}{2r} - \frac{\alpha\alpha}{2mmr}\right)$ NXNH $+ \frac{\alpha\alpha c}{2mmr}(mm-1) \times$ NKNS $- \frac{\alpha cx}{mr} \times \frac{NK^3}{CS} + \frac{c\alpha\alpha d}{2mmr}$.

Si on veut comparer maintenant l'effet d'un miroir plan avec celui d'un miroir concave de même grandeur, dont le foyer ſeroit au centre du cercle FG, on remarquera que l'étendue du foyer de ce miroir à la diſtance AB doit être un cercle, dont le diamétre ſoit égal à la corde de l'angle de 32 minutes, ſous lequel on voit le Soleil, & que le rayon de ce cercle doit être au rayon du miroir comme AB à AI; de-là on conclura qu'il faudra faire $x = \frac{\alpha}{m}$ dans la valeur précédente, pour avoir la quantité de Lumiere que l'eſpace occupé par le foyer du miroir concave, recevroit du miroir plan de même étendue.

Or faiſant cette ſubſtitution $\frac{\alpha\alpha c}{2mmr} \times (mm-1) \times$ NKNS $- \frac{\alpha\alpha c}{mmr} \times \frac{NK^3}{CS} + \frac{\alpha\alpha cd}{2mmr}$, ou $\frac{\alpha\alpha c}{2mmr}$ $\left[(mm-1)\text{ NKNS} - \frac{2NK^3}{CS} + d\right]$ qui exprime donc la quantité de Lumiere reçûe dans le même eſpace que le foyer du miroir concave.

Mais la quantité de Lumiere donnée par le miroir ſphérique ſur le même eſpace, eſt le produit du diſ-

que du Soleil par le miroir, c'eſt-à-dire, $d \times \frac{c\alpha\alpha}{2r} : a$ donc le rapport des effets des deux miroirs eſt celui de d à $\frac{d}{mm} - \frac{2NK^3}{m^2 CS} + \frac{(mm-1)}{mm} \times NKSN$. Pour conclure ce rapport en nombres, on remarque que le centre du cercle XNV tombe alors en H, ce qui donne tout de ſuite la poſition de N, & par conſéquent NK & l'eſpace NKSN.

Si on ſuppoſe, par exemple, le foyer du miroir concave en I, & que ce ſoit en ce point qu'on place le corps qui doit recevoir l'image du Soleil, on aura dans ce cas $m = 1$, & par conſéquent le cercle NXNV égal au diſque du Soleil, & pour NK le ſinus de 60° ; donc le rapport précédent deviendra celui de $d : d - 2 \times \overline{\text{fin. } 60°}^3$, ou $d : d - \frac{3}{2}\sqrt{(\frac{3}{4})}$, c'eſt-à-dire que l'effet du miroir plan ſera à celui du miroir ſphérique, comme 184 à 314, ſi l'on veut que AT ou $a = \frac{1}{2}$ pied : ſi le plan eſt au ſommet du cone de réfléxion comme $m = 1$, l'effet du miroir plan à une diſtance d'environ 50 pieds, ſera à celui du miroir concave, comme 184 à 314.

Si $m = \frac{1}{2}$, ou AB = 2 AI, la formule donnera $d : 4d - 3\,NKNS - \frac{8(NK)^3}{CS} = 314 : 248$. Alors à la diſtance de 100 pieds ou environ, les effets du miroir plan & du miroir concave ſeront entr'eux comme 248 à 314.

Enfin faiſant $m = \frac{1}{3}$, ou AB = 3 AI, la formule

générale donne $d : 9\,d - 8\,NKNS - \frac{18(NK)^3}{CS}$ $= 314 : 267$, ce qui montre qu'à la distance de 150 pieds, les effets du miroir plan & du miroir concave, sont entr'eux comme 267 à 314 ; d'où l'on voit que les effets approcheront d'autant plus d'être égaux, que les distances augmenteront, c'est-à-dire, que la fraction qui exprime m sera plus petite; mais dans le cas où l'on désireroit une démonstration plus détaillée de ce qu'on est en droit, lorsque le plan est placé par-delà le point I, de faire par une simple substitution $m =$ une fraction quelconque ; nous ajoutons pour le second cas ce qui va suivre, & l'on verra que les résultats sont précisément les mêmes que si l'on avoit ajouté, pour la complétation de l'intégrale dans le second cas, une quantité proportionnelle à la partie du disque retranchant : on trouvera de la même maniere la quantité de Lumiere reçûe sur un plan qui sera de l'autre côté de I, & un coup d'œil sur la deuxiéme figure, mettra au fait des changemens nécessaires ; l'espace XNHN qui éclaire le point P, est en ce cas le cercle XNVN, ou $d\,m\,m$ moins le segment KNVN, plus le segment NKNX, & a pour expression $m^2\,d + 2\int \frac{zz\,dz}{\sqrt{(1-zz)}} - 2\int \frac{zz\,dz}{\sqrt{(m\,m-zz)}}$, & la ligne CO ou $\frac{m\,x}{a}$ est alors $\sqrt{(1-zz)} - \sqrt{m\,m-zz}$;) de là il suit que la quantité de Lumiere reçûe par la petite couronne $P\,l\,p$, est $d\frac{m^2\,c\,x\,dx}{r} + \frac{2\,c\,x\,dx}{r}\int \frac{zz\,dz}{\sqrt{(1-zz)}}$

$-\frac{2cxdx}{r}\int\frac{z^2dz}{\sqrt{(m^2-z^2)}}$, qui donne étant intégrée & complete, $\frac{mmdcxx}{2r}+\frac{cxx}{2r}\left(\frac{2\int zzdz}{(1-z^2)}-\frac{2\int zzdz}{\sqrt{(mm-zz)}}\right)$ $+\frac{c\alpha^2}{mmr}\left[\frac{\int zzdz}{\sqrt{(mm-zz)}}-\frac{\int mmzzdz}{\sqrt{(1-zz)}}-z^3\sqrt{(1-zz)}\right.$ $\left.+z^3\sqrt{(m^2-z^2)}\right]-\frac{dc}{2r}BE^2\,mm$, qui se change en $\frac{cxx}{2r}\times NXNH+\frac{c\alpha^2}{2mmr}(1-mm)\,NHNK$ $+\frac{c\alpha\alpha}{2mmr}\times NVNH-\frac{\alpha cx}{mr}\times\frac{NK^3}{CS}-\frac{dcBE^2}{2r}$ $\times mm$, ou $\left(\frac{cxx}{cr}-\frac{c\alpha^2}{2mmr}\right)NXNH+dmm\times\frac{c\alpha^2}{2mmr}$ $+\frac{c\alpha^2}{2mmr}\times(1-mm)\,NHNK-\frac{\alpha cx}{mr}\times\frac{NK^3}{CS}$ $-\frac{dcm^2BE^2}{2r}$, à laquelle ajoutant $\frac{dcmmBE^2}{2r}$ qui exprime la Lumiere reçûe sur le cercle dont le rayon est BE, lequel est éclairé de la partie dmm du disque du Soleil, on aura $\left(\frac{cxx}{2r}-\frac{\alpha^2c}{2mmr}\right)NXNH+\frac{c\alpha^2}{2mmr}[dmm$ $+(1\,mm)\,NHHK]-\frac{\alpha cx}{mr}\times\frac{NK^3}{CS}$, pour la Lumiere reçûe sur le cercle PBp.

Si on fait ensuite $x=\frac{\alpha}{m}$ dans cette valeur, ce qui rend ce cercle égal au foyer du miroir supposé sphé-

rirque, cette expreſſion ſe réduira à celle-ci $\frac{c\alpha\alpha}{2mmr}$ $[dmm + (1 - mm)\,NHHK - \frac{2NK^3}{CS}]$. Si on veut donc alors comparer l'effet du miroir ſphérique à celui du miroir plan, on aura pour leur rapport celui de $\frac{c\alpha^2}{2r}\,d : \frac{c\alpha\alpha}{2mmr}\,(dmm + 1 - mm\,NHNK - \frac{2NK^3}{CS})$ ou $d : d + \frac{1-mm}{mm}\,NHNK - \frac{2NK^3}{mmCS}$, rapport qu'on évaluera comme dans le premier cas, en déterminant le point N par cettte condition que le centre du cercle NXNV eſt alors en H. Si on ſuppoſe, par exemple, $m = \frac{1}{2}$, c'eſt-à-dire, que le plan FG qui reçoit l'image du Soleil ſoit placé à une telle diſtance du miroir ſphérique TR, que l'image du Soleil ſoit double de celui du miroir, ce rapport deviendra celui de $d : d + 3\,NHNK - \frac{8NK^3}{CS}$. Pour évaluer ce rapport en nombres, il faut remarquer que la droite NH qui eſt alors le rayon m ou $\frac{1}{2}$ donne $NK = \sqrt{(\frac{15}{64})}$, & l'eſpace NHNK égal à environ 0, 08089, c'eſt-à-dire, que ce rapport eſt à peu près celui de 314 à $247\frac{1}{2}$, ou ce qui revient au même, que l'effet du miroir plan ſeroit d'environ $\frac{1}{5}$ moindre que celui du ſphérique.

INDEX

Sur les Matieres traitées dans cet Ouvrage.

CHAPITRE PREMIER.

CAuſes de la réfléxion de la Lumiere, Partie I, Article premier. *Page* 1 & 2
On ſuppoſe que l'attraction d'une maſſe d'eau ou de verre agit ſur la particule de Lumiere à une diſtance infiniment petite.
Le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction en raiſon conſtante, Article II. 3
Explication embaraſſée dans le ſyſtème Cartéſien ſur la conſtance du rapport des ſinus d'incidence & de réfraction, Article III. 3
Comment les corps ſolides lancés obliquement dans l'eau s'écartent de leur chemin, Article IV. 4
Façon dont on peut expliquer dans le ſyſtème Cartéſien le cas où le rayon s'approche de la perpendiculaire, Article V. 5
Examen du cas où le rayon traverſe un milieu rare pour parvenir à un plus denſe, Article V. 5, 6 & 7
Examen du cas oppoſé, Article VII. 8
Objection contre le ſyſtème de Deſcartes, Article VIII. 9
Conſidération qui donne de l'avantage à l'explication Newtonienne, Article IX. 9

Quelques

Quelques soient les figures des particules de la Lumiere dans le système Newtonien, les Loix de la réfraction doivent être les mêmes, Article X. *Page* 10
Observation sur le changement de réfraction en réflexion dans certaines inclinaisons, Article XI. 5
Les réfléxions dont on vient de parler, ne peuvent avoir lieu quand les milieux traversés sont de même nature, Article XII. 12
Exemple sur un prisme de verre, Article XIII. 12
Explication du cas le plus simple, Article XIV. 13

CHAPITRE SECOND.

Où l'on donne la trajectoire décrite par le rayon de Lumiere & les loix de la réfraction tirées de cette trajectoire, Article I. 14, 15 & 16.
Exemple où l'on suppose que la particule de Lumiere est poussée par une force exprimée par une fonction qui donne une très-grande force dans le contact sans la donner infinie, Article II, III & IV, & suivants. 17, 18, 19 & 20
Théorême général sur l'angle de la trajectoire avec son ordonnée, Article X. 27
De la propriété générale de toutes les trajectoires, on tire la proposition fondamentale de la Théorie de la réfraction, Article XI. 29
Supposition sur les rapports des sinus d'incidence & de réfraction des rayons de différentes sortes, Article XII. 29
Rapport de la viteſſe du rayon rouge à celle du rayon violet, Article XIII. 31

Que les Phyloſophes Newtonniens ont attribué la différence de réfrangibilité des rayons à la différence de viteſſe, mais qu'ils ſe ſont déterminés preſque tous par un raiſonnement contraire aux principes de la dynamique, Article XIV. *Page* 31

CHAPITRE TROISIEME.

Théorie de la réfléxion de la Lumiere dans le ſiſtème des Newtoniens. 35.
Que la cauſe de la réfléxion n'eſt pas le choc de la Lumiere ſur les parties ſolides, &c. Article I. 35
Que les parties du corps réfléchiſſant agiſſent ſur la Lumiere en diſtance, Article II. 39
Expériences ſur la Lumiere, Article III. 39 *& ſuiv.*
Difficulté de la détermination de la vraie loi de la puiſſance réfringente, Article V. 45.
Que l'on pourroit conclure que les corps réfléchiſſent & réfractent la Lumiere par une ſeule & même puiſſance, Article VI. 45
Des différentes proportions obſervées entre les ſinus d'incidence & de réfraction d'un grand nombre de corps; on peut conclure que les forces de ces corps ſont à très-peu près proportionelles aux denſités, Article VII. 46
La direction de la force réfractive du milieu qui agit ſur les particules de la Lumiere, eſt en tous les lieux de ſon action perpendiculaire à la ſurface réfringente, Article VIII. 47 & 48
Si un rayon de Lumiere tombe ſur un eſpace d'activité, les particules de Lumiere ſeront accélérées

ou retardées, Article IX. *Page* 48 & 49
Comparaiſon du mouvement de réfraction au mouvement d'un corps grave, Article IX. 50 & 51
Que les différentes maſſes des particules de Lumiere occaſionnent les différentes réfrangibilités dans un même rayon, Article X. 51
Que les parties hétérogenes s'écartent les unes des autres par la réfraction. Article XI. 52 & 53
Conſidérations ſur l'opération de la réfraction, Article XII. 53, 54 & 55.

SECONDE PARTIE

CHAPITRE PREMIER.

Détermination des foyers de toutes ſortes de lentilles, Article I, II, III & IV. 57, 58, 59 & 60
PROBLEME II. Sur la réunion des rayons qui ſe rompent en traverſant différents milieux. 60 & 62
Sur les verres qui ont une ſurface convexe & l'autre concave, appellés ménifques, Article VII & VIII. 62 & 63
Sur la lentille plan convexe, Article IX & X. 64 & 65
Sur les lentilles concaves des deux côtés, Article XII. 65
Les formules qui donnent les foyers des verres de différentes eſpeces, ſe trouvent dans ce Chapitre I de la ſeconde Partie

CHAPITRE SECOND.

Des foyers de toutes sortes de miroirs sphériques ; *Page 76*

PROBLEME I. Trouver le foyer des rayons paralleles entre eux réfléchis par une portion infiniment petite d'un cercle donné, Article I. 76

PROBLEME II. Trouver le foyer des rayons paralleles tombant obliquement sur un arc de ce cercle infiniment petit, Article III. 77

Examen de ce qui arrive dans le miroir concave, Article V. 79

Proposition d'une expérience de catoptrique pour la chambre obscure, Article VI. 81

PROBLEME. Trouver le foyer des rayons qui partent d'un point quelconque placé au dehors ou au dedans d'un cercle, & qui vont tomber sur un arc infiniment petit de ce cercle, Article XIV. 85

CHAPITRE TROISIE'ME.

Où l'on traite des observations qui sont produites dans les images par la sphéricité des miroirs, Article I. 90

PROBLEME II. Où l'on demande la partie de la caustique qui répond à un arc quelconque d'un miroir sphérique donné, Article II. 92

Dépendances de ce Problême. 93, 94, 95 & 96

PROBLEME III. Où l'on demande la caustique touchée par tous les rayons qui sont les réfractés, de ceux qui sont tombés parallelement sur une lentille plan

convexe, Article IX. *Page* 97
De ce qu'eſt l'aberration dans le foyer cauſée par la ſphéricité de la lentille, Article X. 100
Suites du même examen, Article XII, XIII, &c. juſqu'au XVI. 105

CHAPITRE QUATRIEME.

De l'Arc-en-Ciel, Partie II, Article I juſqu'à V. 106, 107, 108, 109 & 110
Où l'on trouve la démonſtration de pluſieurs propoſitions que Mr. Newton n'a pas donné dans ſon Optique.
PROBLEME I. Trouver l'angle que les rayons qui tombent du Soleil ſur les gouttes de pluye, ſont avec ceux qui vont de ces mêmes gouttes à l'œil, Article VI. 111
PROBLEME II. La hauteur du Soleil étant donnée, trouver l'amplitude ou le nombre de degrés contenus dans l'Arc-en-Ciel, ainſi que celui qu'en contient la baſe ou l'Arc ſuivant, duquel on voit les deux extrêmités dans l'horiſon, Article VIII. 113
Trouver les dimenſions du deuxiéme, troiſiéme & quatriéme Arc-en-Ciel à l'infini, Article IX. 115

TROISIEME PARTIE.

CHAPITRE PREMIER.

Sur l'œil & ſur la maniere dont ſe fait la viſion, Partie III. Article I. 119

Conſtruction d'un œil artificiel, Article I. 119 & 120
Sur les humeurs de l'œil, Article III. 121
Sur les mouvemens du criſtalin, Article IV, 123
Dimenſions de la ſphere de l'œil & de la pupille, qui varie ſuivant les différences de l'intenſité de Lumiere, Article V. 123 & 124
Expérience qui confirme la deſcription de l'œil qui a été donnée, Article VI. 124
Sur la vûe des vieillards, Article VII. 125
Sur la vûe des mioppes, Article VIII. 125 & 126
Sur les diamétres des peintures des objets à la rétine, Article IX. 126 & 127
Sur le diamétre de l'objet à la rétine dans les variations de diſtance, Article X. 127 & 128
Sur le degré de clarté des images & la quantité des rayons reçus par la pupille, Article XI. 128
Sur l'opacité de l'atmoſphere qui diminue la clarté des objets, Article XII. 128 & 129
Obſervation ſur la ſenſibilité de l'œil tirée du rapport entre les Lumieres Solaires & Lunaires, Article XIII. 129 & 130
Expoſition des méthodes de Mr. Smith & de Mr. Bouguer ſur la meſure de la Lumiere Solaire & de la Lumiere Lunaire, Article XIV. 131 & 132
Expérience de M. Bouguer. 133 & 134
Obſervation du Docteur Hook, confirmée par une autre expérience. Lorſque l'angle qu'un eſpace ſoutend à l'œil eſt moindre d'une demie minute, l'eſpace eſt inſenſible à la vûe, Article XV. 134 & 135
La grandeur apparente d'un objet eſt une quantité d'extenſion viſible proportionelle à l'angle que

deux rayons qui viennent des extrêmités de l'objet, font en tombant sur l'œil, Article XVI. 135 & 136
Sur la grandeur apparente de l'objet, Article XVII. 136
Définition sur ce qui est appellé grandeur apparente & grandeur d'un objet, Article XVIII. 136

CHAPITRE SECOND.

Sur la vision par le secours des verres ou des miroirs. 137
Tout petit objet ou tout point quelconque d'un objet vû par le moyen des rayons rompus ou réfléchis, paroît en quelque lieu de la ligne qui est la direction du rayon de Lumiere après la derniere réfléxion ou réfraction qu'il souffre en arrivant à l'œil, Article I & II. 137, 138 & 139
Pourquoi un objet vû par des rayons réfractés ou réfléchis paroît quelquefois droit & quelquefois renversé, Article III. 140
Raison de l'apparence plus ou moins grande de l'objet, Article IV & V. 141
Eclaircissemens sur la grandeur apparente des objets, Articles VI, VII, VIII, IX & X. 141
& suivantes jusqu'à 144
Le lieu d'un œil étant donné, déterminer quelle partie d'un objet est visible dans une portion donnée ou ouverture d'un verre ou d'un miroir, Article XII. 145
Si le miroir ou le verre est donné, la partie qu'on peut découvrir par l'ouverture, décroît perpétuelle-

ment, Article XIII. 145 & 146
La partie découverte eſt la plus grande quand l'œil eſt contre le verre ou le miroir, Article XIV. 146
Conſidération de la pupille lorſqu'elle eſt ouverte, Article XVI. 147
Moyen de rendre diſtincts les objets qui paroiſſent confus, XVII. 147 & 148
Du microſcope ſimple, Article XVIII. 148 & 149
De l'effet de l'interpoſition de la lentille, Article XIX. 149
De la lunette ordinaire aſtronomique, Article XX. 150
L'objet qui paroît renverſé dans la lunette Aſtronomique, paroît droit en employant deux oculaires. Article XXI. 151
Différence de la lunette aſtronomique à la lunette de Galilée qui eſt la plus vulgaire, Article XXIII. 152
Du théleſcope par réfléxion de Mr. Newton, Article XXV & XXVI. 154 & 155
Du microſcope double, Article XXVII. 155 & 156
Façon de rendre les théleſcopes & microſcopes propres à toutes ſortes de vûes, Article XXVIII. 156
La clarté de l'apparence au travers d'un théleſcope eſt plus grande ou moindre, à raiſon de l'ouverture de l'objectif, Article XXXI. 157
Obſervation générale ſur la netteté apparente & la confuſion des objets, Article XXXI. 158 & 159
Remarques ſur quelques difficultés les plus communes dans la conſtruction des grands théleſcopes & regles d'expériences, d'après ce qui eſt pratiqué par nos

nos plus habiles Ouvriers de Paris & d'autres lieux pour les dimenſions des miroirs. 159, 160 & 161

CHAPITRE TROISIE'ME.

Où l'on enſeigne à déterminer les proportions des Théleſcopes, ſoit catoptriques, ſoit dioptriques, lorſque l'amplification eſt donnée, ainſi que le degré de clarté & de netteté de l'image. 163
Dans toute ſorte de théleſcopes & de doubles microſcopes, la confuſion apparente d'un objet donné eſt directement comme l'aire d'aberration du foyer de l'objectif, & inverſement comme le quarré de la diſtance focale de l'oculaire, Article I. 163
Sur les cauſes de la confuſion & de l'aberration, Article III. 164 & 165
Dans les théleſcopes par réfraction, la confuſion apparente d'un objet donné eſt directement comme l'aire de l'ouverture de l'objectif & inverſement comme le quarré de la diſtance focale de l'oculaire, Article VI. 165
Sur les loix de la netteté des images qui ne s'accordent pas avec l'expérience, Article V. 166 & 167
De la confuſion apparente des objets dans les théleſcopes par réfléxion, Article VI. 167 & 168
Conſidérations ſur la même matiere, Article VII & VIII. 168 & 169
Sur le Théleſcope de comparaiſon, Article IX. 169
Regles pour rendre les théleſcopes propres à toutes ſortes d'objets vûs de jour ou de nuit, Article X. 170
Queſtion ſur la diminution de la confuſion dans les

Théleſcopes, Article XI. 171
Queſtion ſur l'uſage d'un même théleſcope à l'obſervation de différents Aſtres, Article XII. 172, 173 & 174
Note. Sur la confuſion d'un objet vû par une très-petite ouverture. 173
Uſage de l'obſcurciſſement de l'oculaire, Article XII. 175
Concluſion ſur les dimenſions des théleſcopes, Article XIV & XV. 175 & 176
Formules ſur les théleſcopes, Article XVI. 177
Sans l'inégale réfrangibilité des rayons, les théleſcopes à réfraction quoique moins courts que ceux à réfléxions, auroient auſſi leurs longueurs déterminées, Article XVII. 178
Table pour les ouvertures & longueurs des théleſcopes. 180
PROBLEME. Trouver la quantité de Lumiere réfléchie par un miroir circulaire & plan à une diſtance quelconque. 181 & ſuivantes.

EXTRAIT des Regiſtres de l'Académie Royale des Sciences.

Du 9 Février 1752.

MEſſieurs BOUGUER & LE MONNIER, qui avoient été nommés pour examiner un Ouvrage intitulé *Traité d'Optique, où l'on donne la théorie de la Lumiere dans le ſyſtème Newtonien, avec de nouvelles ſolutions des principaux Problêmes de Dioptrique & de Catoptrique*, en ayant fait leur rapport, l'Académie a jugé cet Ouvrage digne de l'Impreſſion; en foi de quoi j'ai ſigné le préſent Certificat. A Paris ce 29 Février 1752.

GRANDJEAN DE FOUCHI.

Secr. perp. de l'Ac. R. des Sciences.

PRIVILEGE DU ROI.

LOUIS, par la grace de Dieu, Roi de France & de Navarre: A nos amés & feaux Conſeillers, les gens tenant nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand Conſeil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Juſticiers qu'il appartiendra, SALUT: Notre ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES, Nous a très-humblement fait expoſer, que depuis qu'il Nous a plû lui donner par un Reglement nouveau, de nouvelles marques de notre affection, elle s'eſt appliquée avec plus de ſoin à cultiver les Sciences, qui font l'objet de ſes exercices, enſorte qu'outre les Ouvrages qu'elle a déja don-

néesau Public, elle ſeroit en état d'en produire encore d'autres, s'il Nous plaiſoit lui accorder de nouvelles Lettres de Privileges, attendu que celles que nous lui avons accordées, en date du 6 Avril 1693. n'ayant point eu de tems limité, ont été déclarées nulles par Arrêt de notre Conſeil d'Etat, du 16 Août 1704. celles de 1713. & celles de 1717. étant expirées; & déſirant donner à notredite Académie en corps & en particulier, & à chacun de ceux qui la compoſent, toutes les facilités & les moyens qui peuvent contribuer à rendre leur travaux utiles au Public, Nous avons permis & permettons, par ces Préſentes, à notredite Académie, de faire vendre ou débiter dans tous les lieux de notre obéiſſance, par tel Imprimeur ou Libraire qu'elle voudra choiſir, *Toutes les Recherches ou Obſervations journalieres, ou Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les Aſſemblées de notredite Académie Royale des Sciences; comme auſſi les ouvrages, Mémoires ou Traités de chacun des Particuliers qui la compoſent, & généralement tout ce que ladite Académie voudra faire paroître, après avoir fait examiner leſdits Ouvrages, & jugé qu'ils ſont dignes de l'impreſſion*, & ce pendant le tems & eſpace de quinze années conſécutives, à compter du jour de la date deſdites Préſentes. Faiſons défenſes à toutes perſonnes de quelque qualité & condition qu'elles ſoient, d'en introduire d'impreſſion étrangere dans aucun lieu de notre obéiſſance; comme auſſi à tous Imprimeurs, Libraires & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire aucun deſdits Ouvrages ci-deſſus ſpécifiés, en tout ni en partie, ni d'en faire aucuns extraits ſous quelque prétexte que ce ſoit, d'augmentation, correction, changement de titre, feuilles mêmes ſéparées, ou autres ſans la permiſſion expreſſe & par écrit de notredite Académie, ou de ceux qui auront droit d'elle, & ſes ayans cauſe, à peine de confiſcation des exemplaires contrefaits, de dix mille livres d'amende contre chacun des contrevenans, dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, & l'autre tiers au Dénonciateur, & de tous dépens, dommages & intérêts, à la charge que ces Préſentes ſeront en-

regiſtrées tout au long ſur le Regiſtre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, dans trois mois de la date d'icelles ; que l'impreſſion des Ouvrages ſera faite dans notre Royaume, & non ailleurs, & que notredite Académie ſe conformera en tout aux Réglemens de la Librairie, & notamment à celui du 10 Avril 1725 ; qu'avant de les expoſer en vente, les Manuſcrits ou Imprimés qui auront ſervi de copie à l'impreſſion des Ouvrages, ſeront remis dans le même état, avec les Approbations & Certificats qui en auront été donnés ès mains de notre très-cher & féal Chevalier Garde des Sceaux de France, le Sieur CHAUVELIN, & qu'il en ſera enſuite remis deux exemplaires de chacun dans notre Bibliothéque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre très-cher & féal Chevalier Garde des Sceaux de France, le ſieur Chauvelin ; le tout à peine du nullité des Préſentes : du contenu deſquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir notredite Académie, ou ceux qui auront droit d'elle & ſes ayans cauſe pleinement & paiſiblement, ſans ſouffrir qu'il leur ſoit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la copie des Préſentes qui ſera imprimée tout au long au commencement ou à la fin deſdits Ouvrages, ſoit tenue pour dûement ſignifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amés & féaux Conſeillers & Sécrétaires, foi ſoit ajoutée comme à l'original. Commandons au premier notre Huiſſier ou Sergent, de faire pour l'exécution d'icelles tous Actes requis & néceſſaires, ſans demander aucune permiſſion & nonobſtant Clameur de Haro, Charte Normande & Lettres à ce contraires. CAR tel eſt notre plaiſir. Donné à Fontainebleau le douziéme jour du mois de Novembre, l'an de grace mil ſept cent trente-quatre, & de notre Regne le vingtiéme. Par le Roi en ſon Conſeil.

Signé, SAINSON.

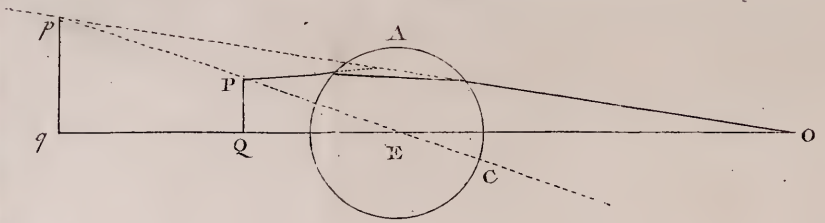
Regiſtré ſur le Regiſtre VIII. de la Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris, N°. 392. fol. 775 conformément aux Reglemens de 1723. qui font defen-

ſes, Art. IV. à toutes perſonnes de quelque qualité & condition qu'elles ſoient, autres que les Libraires & Imprimeurs, de vendre, débiter & afficher aucuns Livres pour les vendre en leur nom, ſoit qu'ils s'en diſent les Auteurs ou autrement, & à la charge de fournir les Exemplaires preſcrits par l'Art. CVIII. du même Reglement. A Paris le 15 Novembre 1734.

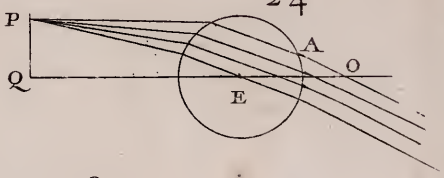
G. MARTIN, *Syndic.*

De l'Imprimerie de J. CHARDON.

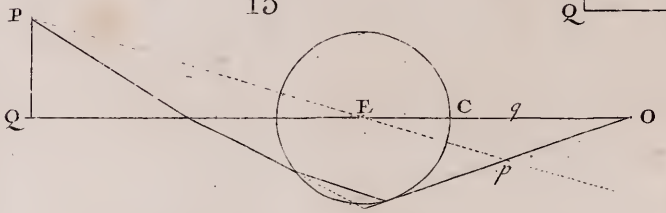
14



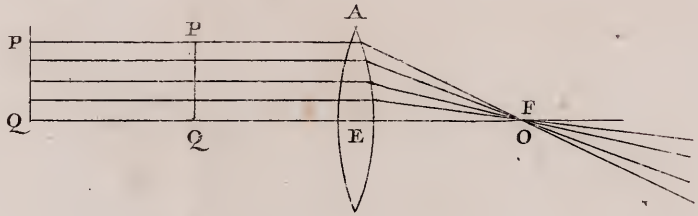
24



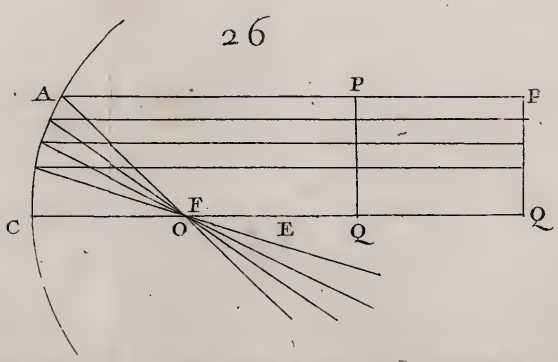
15

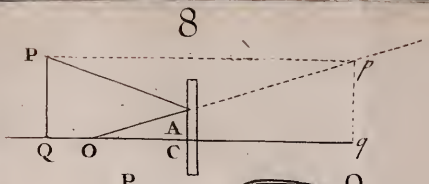


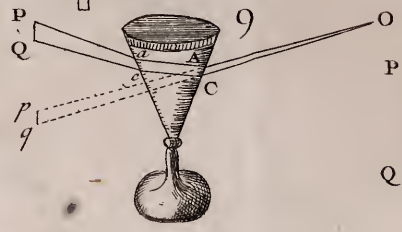
25

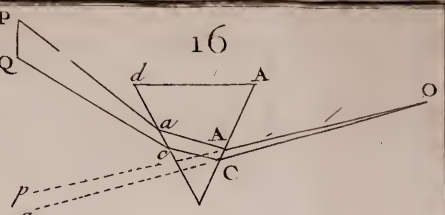


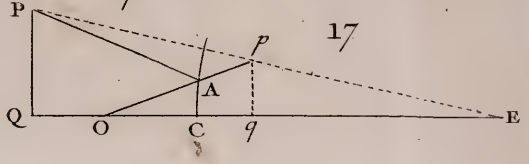
26

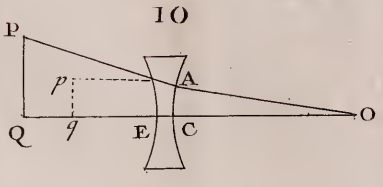


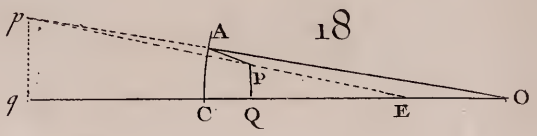

8
P
p
A
Q
O
C
q

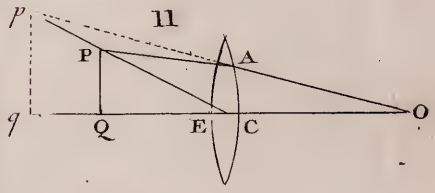

9
P
Q
A
O
C
p
q

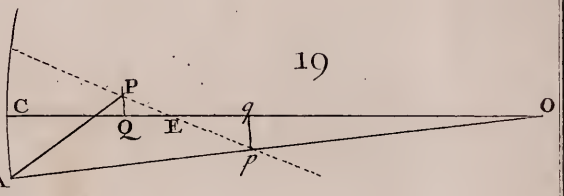

16
P
Q
d
A
O
a
A
C
p
q

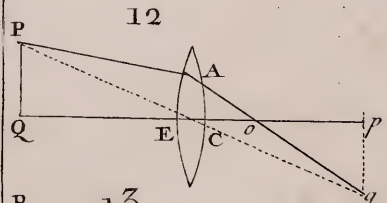

17
P
p
A
Q
O
C
q
E

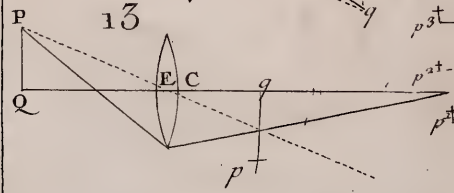

10
P
A
p
Q
q
E
C
O

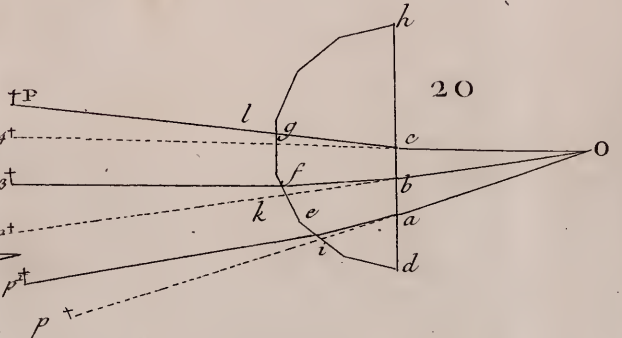

18
p
A
q
P
C
Q
E
O

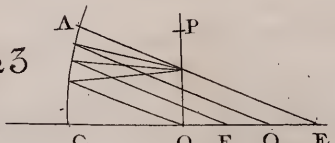

11
p
P
A
q
Q
E
C
O

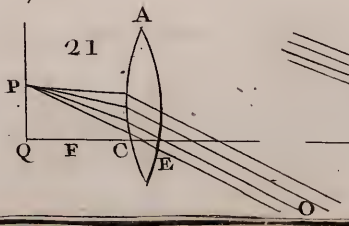

19
C
P
Q
E
q
O
A
p

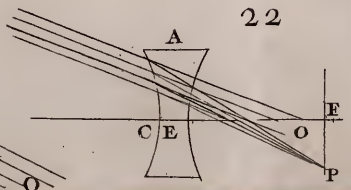

12
P
A
Q
E
C
o
p
q

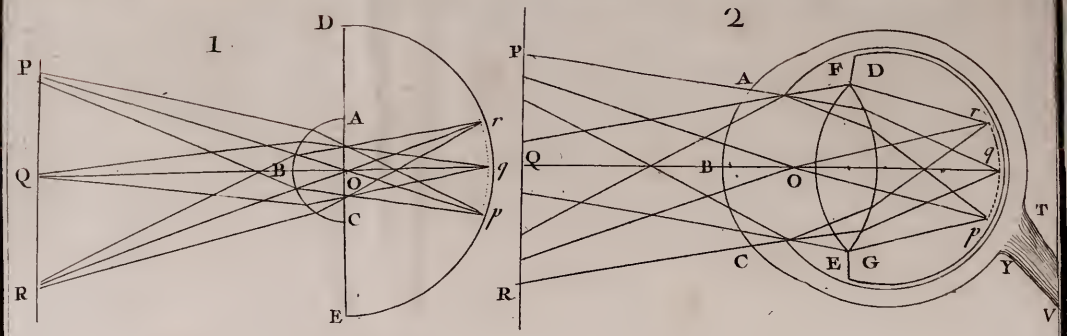

13
P
E
C
Q
q
p

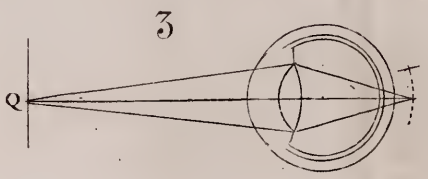

20
h
P
l
g
c
O
f
b
k
e
a
i
d
p

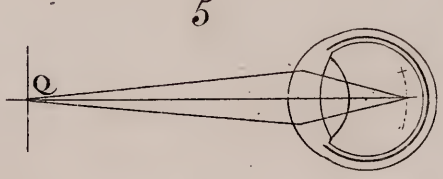

23
A
P
C
Q
F
Q
E

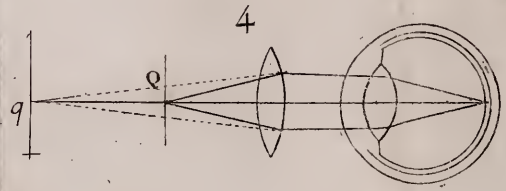

21
A
P
Q
F
C
E
O

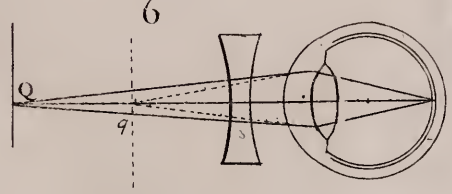

22
A
E
C
E
O
P

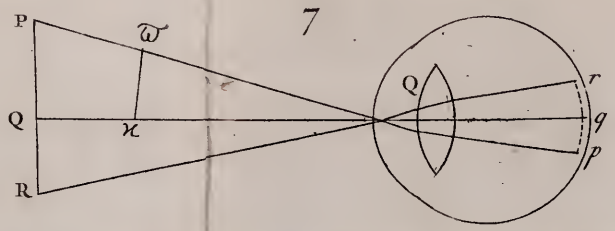




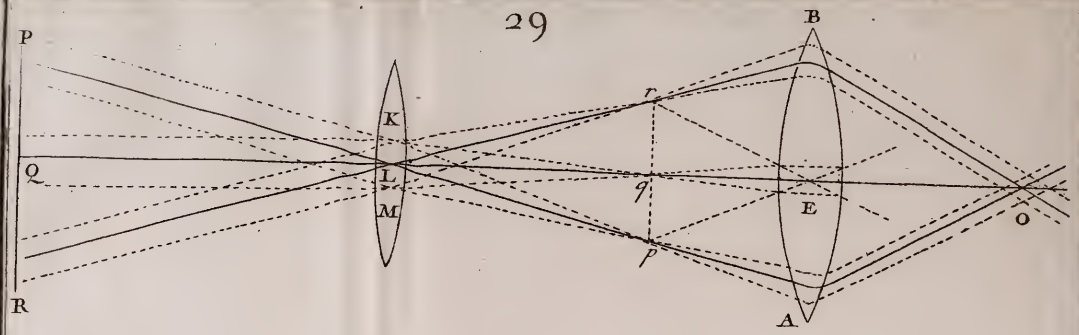


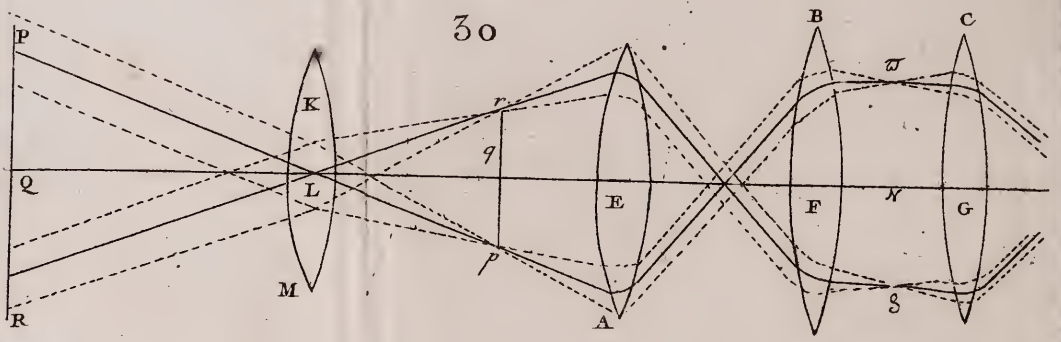


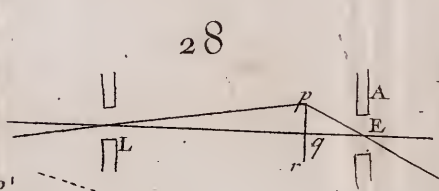


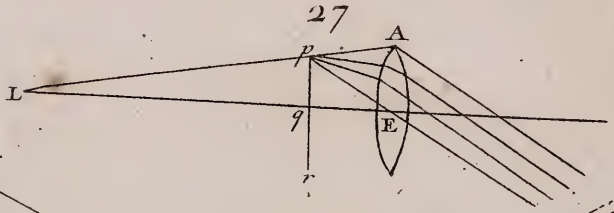


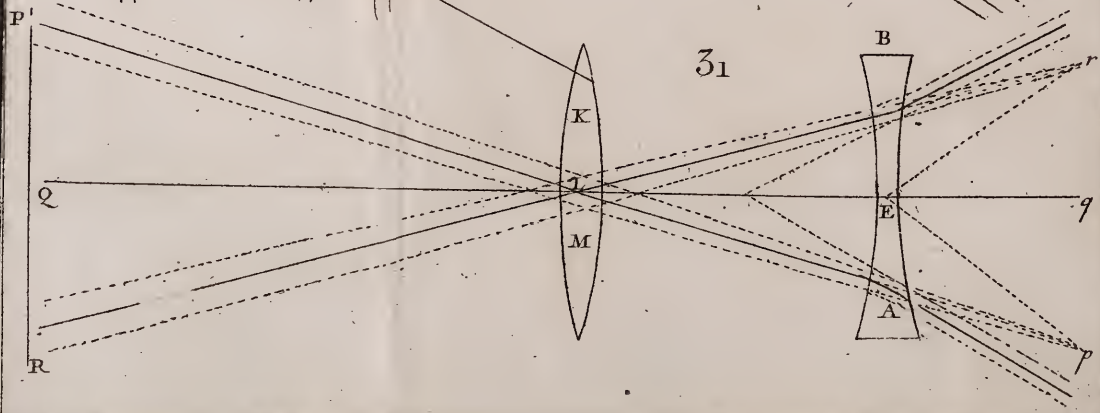
P. L. Charpentier Sc


29
P
Q
R
K
L
M
r
q
p
B
E
A
O


30
P
Q
R
K
L
M
r
q
p
E
A
B
C
F
N
G
g


28
L
p
q
r
A
E


27
L
p
q
r
A
E


31
P
Q
R
K
L
M
B
E
A
r
q
p

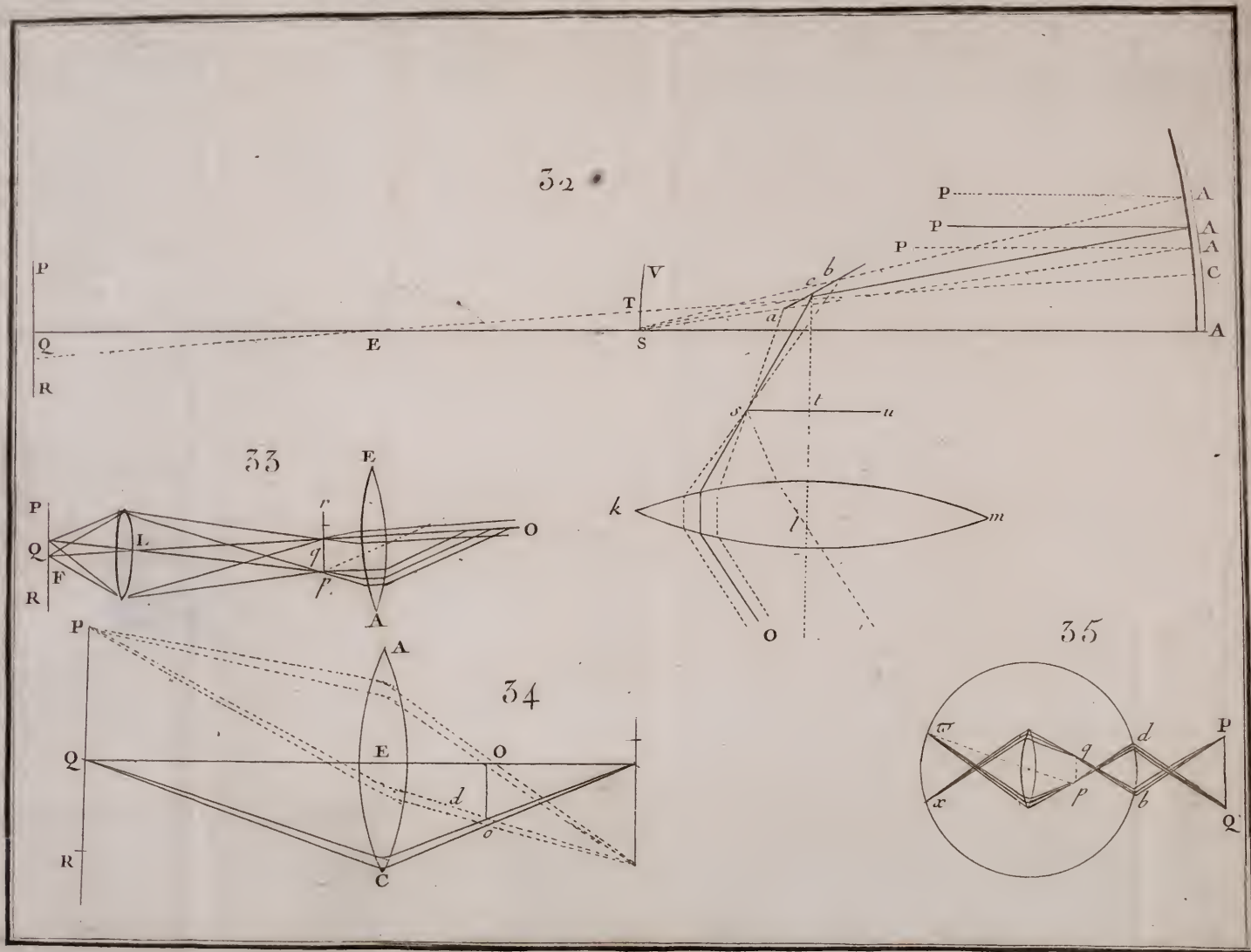
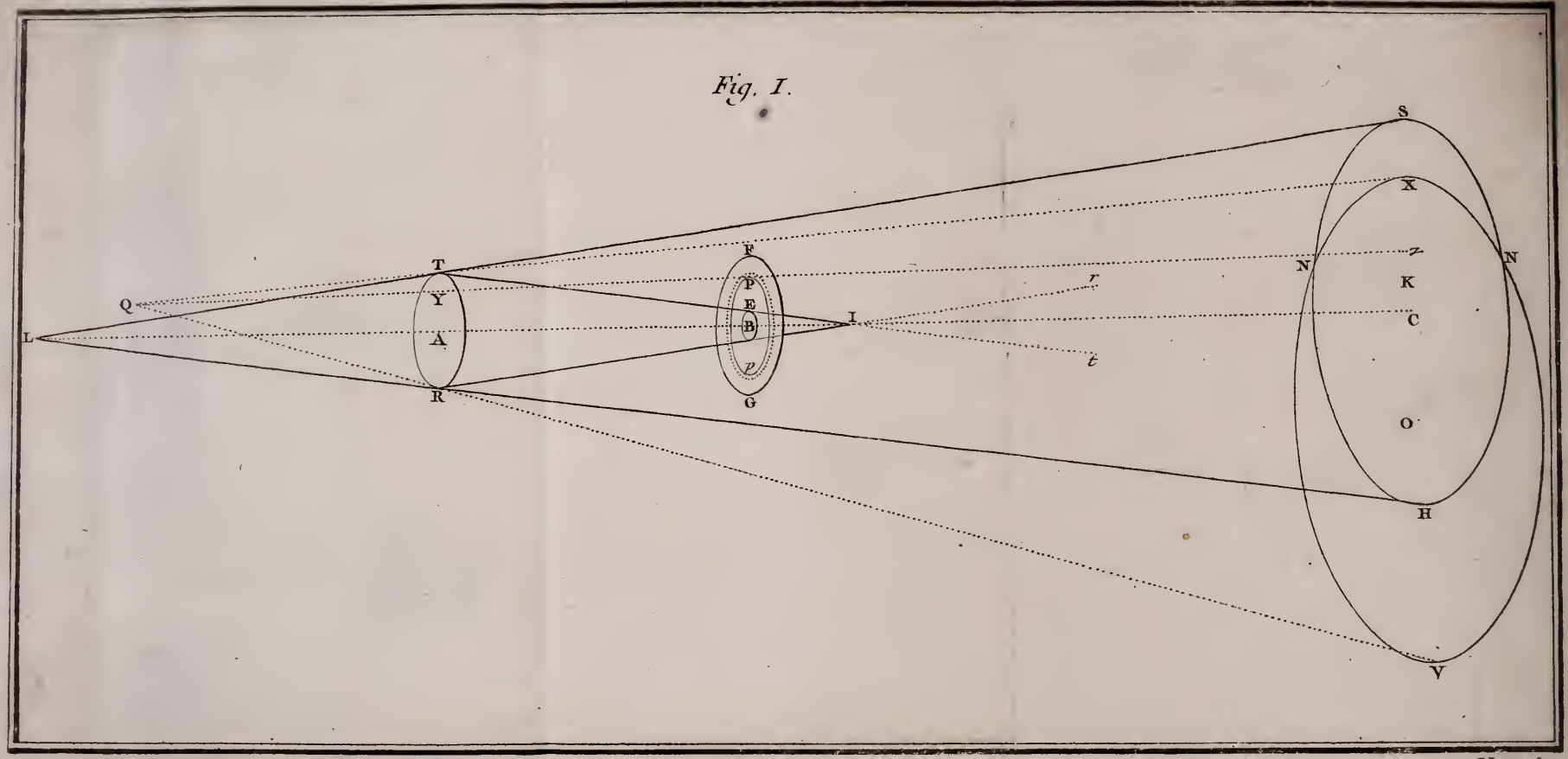
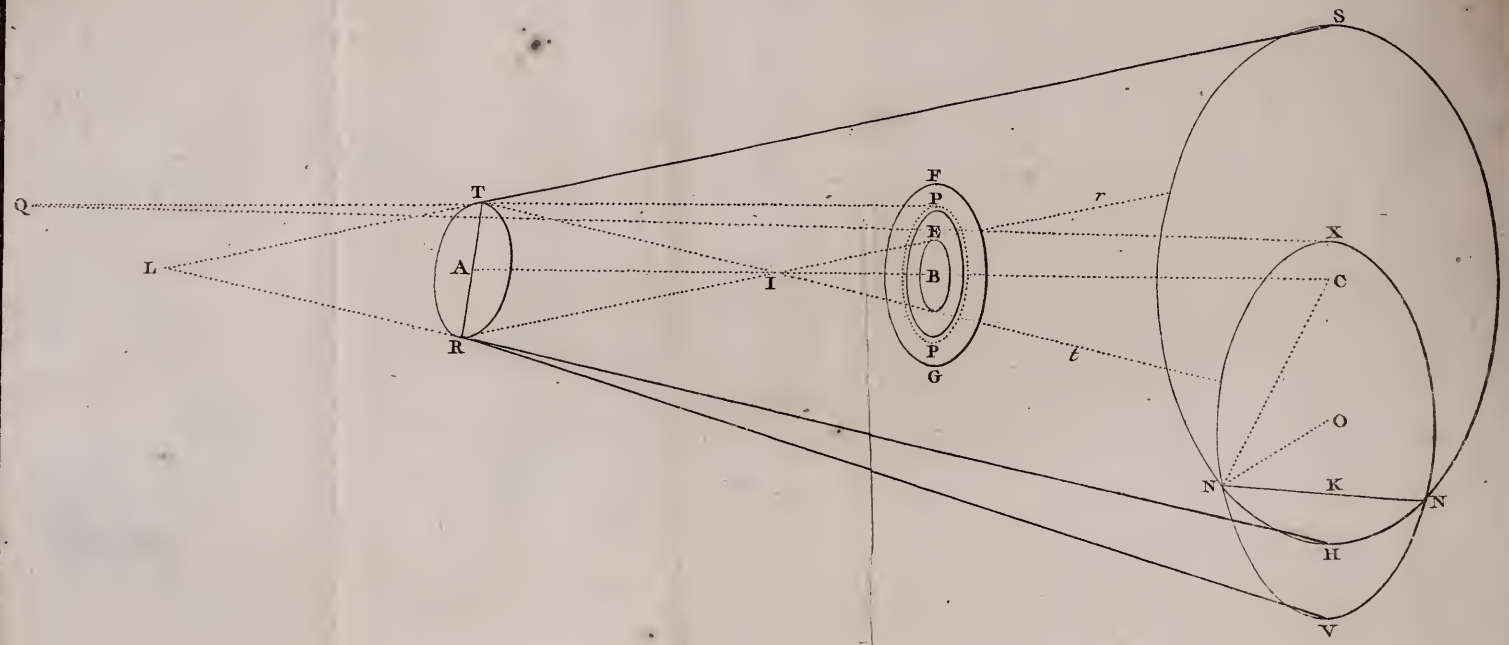

32
P
Q
R
E
V
T
S
a
b
c
P
P
P
A
A
A
C
A
s
t
u
k
l
m
O
33
P
Q
F
R
L
r
q
p
E
A
O
34
P
Q
R
A
E
O
d
o
C
35
ϖ
x
q
p
d
b
P
Q

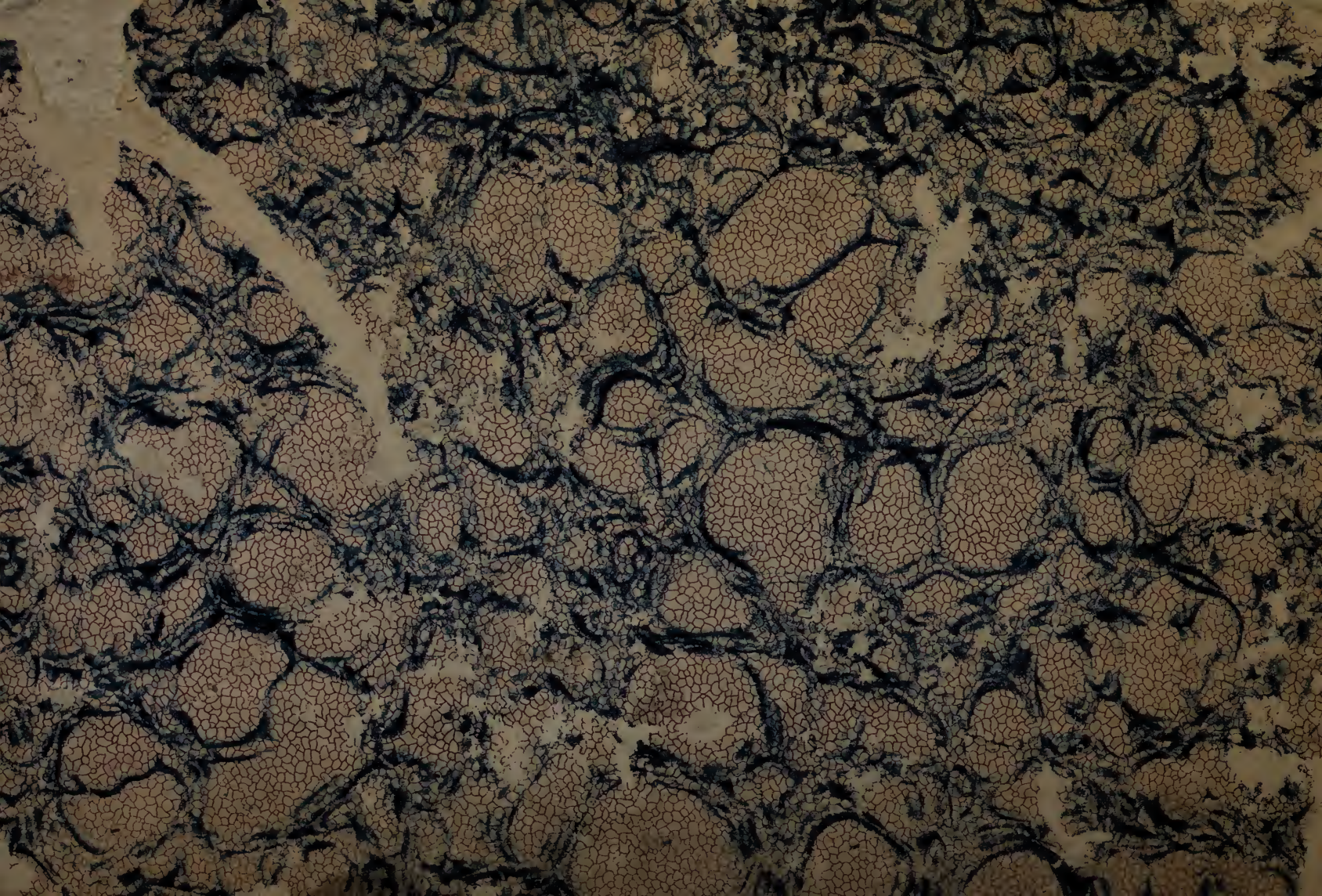
Fig. I.



J. Ingram Sc.

Fig. 2.



J. Ingram Sculp.

1405 · 206